

# **Prisdannelse**

**Udbud, efterspørgsel og elasticitet**

**Af**

**Thomas Schausen og Morten Damsgaard-Madsen**

**Et tværfagligt undervisningsmateriale i matematik og samfundsfag fra**



**EGÅ GYMNASIUM**

**Materialet er udarbejdet med støtte fra Undervisningsministeriet, og kan frit kopieres og viderebearbejdes med angivelse af kilde.**

## Indholdsfortegnelse

Indledning.....	1
Prisdannelse i samfundsfag .....	1
Prisdannelse i matematik.....	1
Relevante faglige mål for samfundsfag.....	1
Relevante faglige mål for matematik .....	1
Forskydning af kurver .....	2
Forhold der er bestemmende for efterspørgselskurvens forskydning.....	2
Indkomsten hos forbrugerne .....	2
Prisen på relaterede produkter .....	2
Forbrugerpræferencer .....	3
Antallet af potentielle købere.....	3
Forventninger om prisændringer.....	3
Forhold der er bestemmende for udbudsskurvens forskydning.....	3
Priser på andre goder.....	4
Antallet af udbydere .....	4
Priser på råvarer .....	4
Produktivitetsforbedringer.....	4
Stordriftsfordele .....	5
Forventninger om prisændringer.....	5
Algebraisk udregning af skæringspunkt mellem udbuds og efterspørgselskurven .....	6
Et eksempel.....	6
Fortolkning af regneforskrifterne.....	6
Beregning af ligevægt .....	7
Generel beregning af ligevægt.....	7
Introduktion til elasticitet .....	9
Forhold der er bestemmende for udbudskurvens elasticitet.....	9
Forhold der er bestemmende for efterspørgselskurvens elasticitet.....	10
Anvendelsesmuligheder for efterspørgselselasticitet.....	11
Forhold der er bestemmende for efterspørgselskurvens elasticitet.....	11
Antal substitutter .....	11

Procentvis andel af købers budget.....	12
Type af gode .....	12
Tidsramme for købet .....	12
Beregning af elasticitet langs rette kurver.....	13
Efterspørgselselasticitet.....	13
Elastisk eller uelastisk efterspørgsel .....	13
Udbudselasticitet.....	14
Elastisk eller uelastisk udbud.....	15
Eksempler der kombinerer elasticitet og forskydning .....	16
Uelastisk udbudskurve (ejerlejligheder i Århus) .....	16
Elastisk udbudskurve (vand på flasker) .....	17
Uelastisk efterspørgselskurve (kartofler) .....	19
Elastisk efterspørgselskurve (udenlandsrejser).....	21
Eksempel – prisdannelse på olie.....	23
Pristeori .....	23
Olieprisudviklingen 1998 – 2007.....	24
Fortolkning af data .....	24
Matematisk modellering.....	25
Udbudsfunktionen .....	25
Flytning af efterspørgselskurven.....	26
Udbudselasticitet og lidt differentialregning .....	27
Fremtidsscenarier for olieprisen .....	28
Historisk kuriosum.....	30
Appendix – matematisk udledning af efterspørgselselasticitet .....	31
Den økonomiske teori .....	31
Elasticitet og differentialregning.....	31
Fortolkning af $e$ .....	33
Elastisk og uelastisk efterspørgsel .....	33
Litteraturliste .....	35
Figurfortegnelse .....	36



## Indledning

### Prisdannelse i samfundsfag

Udbud, efterspørgsel og elasticitet er nogle af de mest anvendelige kernebegreber indenfor samfundsfag. For det første kan de bruges i mange forskellige sammenhænge (skat, arbejdsmarked, international handel etc.) hvilket gør at de fungerer som en form for byggesten der kan genanvendes mange steder i undervisningen.

For det andet lægger begreberne op til en progression i anvendelsen. De basale begreber om udbud og efterspørgsel samt om kurvernes beliggenhed er relativt enkle at formidle og forstå, mens elasticitetsbegrebet er noget mere kompliceret og kan udbygges matematisk så niveauet hæves.

For det tredje er det som bekendt er noget ganske andet at anvende begreber end blot at indlære dem. Ved at anvende de samme interaktive modeller i Excel til modellering af forskellige scenarier vil der forhåbentlig kunne opnås en bedre indlæring af begreberne.

### Prisdannelse i matematik

At anvende matematik til at beskrive økonomiske sammenhænge er en god måde at vise fagets anvendelighed, ligesom det dækker et centralt fagligt mål.

I teksten er der følgende progression:

- Udbud og efterspørgsel som rette kurver, hvor skæringspunktet er prisdannelsen. Herved arbejder eleverne med løsning af to ligninger med to ubekendte.
- Udbuds- og efterspørgselselasticitet defineres som forholdet mellem den relative ændring af mængden og den relative ændring af prisen. I den forbindelse arbejdes der matematisk med, hvorledes to parametre ændrer sig i forhold til hinanden
- dels, når parametrene er lineære funktioner, og
- dels, når parameteren er et 2. gradspolynomium.
- Endelig præsenteres, hvorledes elasticitetsbegrebet udvikles ud fra differentialregning. Dette ses i et appendix, der selvom det ligger til sidst i dette papir, kan anvendes indledningsvist såfremt eleverne har kendskab til differentialregning.

### Relevante faglige mål for samfundsfag

- formidle og tydeliggøre faglige sammenhænge ved hjælp beregninger, tabeller, diagrammer, modeller og begrebskemaer
- forklare effektivitetshindringer og diskutere konsekvenser af politisk styring og markedsstyring

### Relevante faglige mål for matematik

- håndtere formler, herunder kunne oversætte mellem symbolholdigt og naturligt sprog, og selvstændigt kunne anvende symbolholdigt sprog til at beskrive variabelsammenhænge og til at løse problemer med matematisk indhold

- anvende funktionsudtryk og afledet funktion i opstilling af matematiske modeller på baggrund af datamateriale eller viden fra andre fagområder, kunne forholde sig reflekterende til idealiseringer og rækkevidde af modellerne, kunne analysere givne matematiske modeller og foretage simuleringer og fremskrivninger
- demonstrere viden om matematikanvendelse inden for udvalgte områder, herunder viden om anvendelse i behandling af en mere kompleks problemstilling

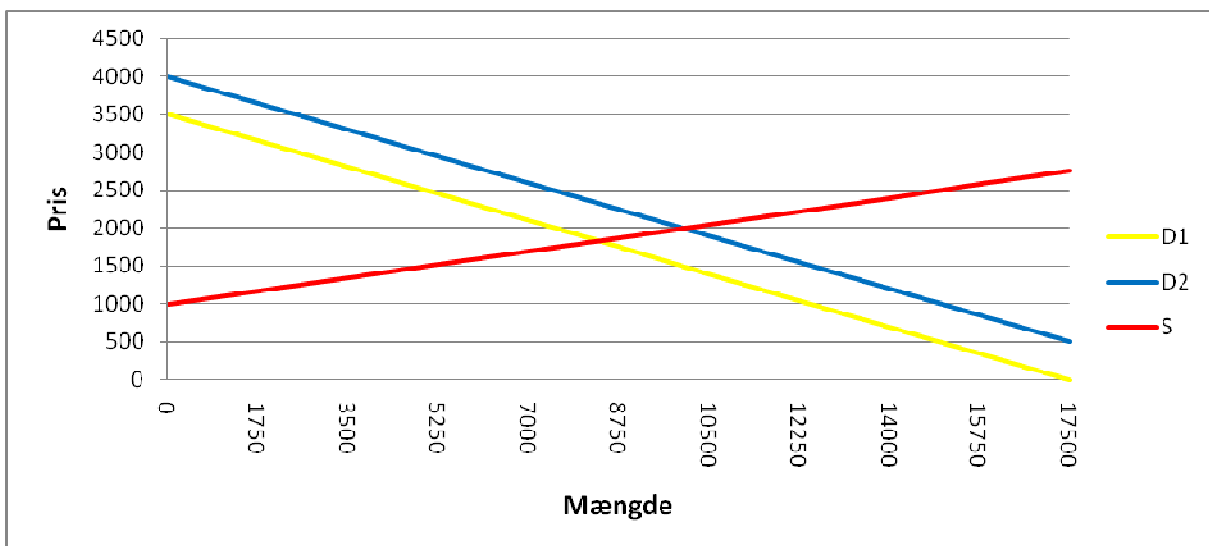
## Forskydning af kurver

Forskydning af kurver er behandlet først, eftersom det ikke nødvendigvis involverer brug af elasticitetsbegrebet.

### Forhold der er bestemmende for efterspørgselskurvens forskydning

Lad os først se på, hvilke forhold der kan få efterspørgselskurven til at forskydes. I figuren nedenfor ses en forskydning af efterspørgselskurven udad fra den gule kurve (D1) til den blå kurve (D2).

Herved fremkommer et nyt skæringspunkt, hvor både ligevægtspris og -mængde er højere end før.



Figur 1. Forskydning af efterspørgselskurven. Se Excel ark "Forskydning efterspørgselskurve"

### Indkomsten hos forbrugerne

En forøget indkomst hos forbrugerne af det relevante gode vil forskyde efterspørgselskurven udad (opad og til højre), da man må antage, at de til enhver pris vil efterspørge en større mængde pga. den forøgede købekraft. Forøgelse af indkomsten kunne f.eks. ske ved en skattelettelse eller som resultat af en højkonjunktur.

### Prisen på relaterede produkter

Her skelnes mellem to forskellige typer af produkter, nemlig substitutionsgoder og komplementære goder.

### *Substitutionsgoder*

Et substitutionsgode er et produkt som kan erstatte et andet. Her gælder det, at en stigning i prisen på substitutionsgodet forskyder efterspørgselskurven udad. Dette sker fordi forbrugeren vil flytte sit forbrug i retning af det produkt, der nu er blevet *relativt* billigere. Eksempler på substitutionsgoder kunne være:

- personbiler og offentlig transport (hvis prisen på offentlig transport stiger vil der komme forøget efterspørgsel efter personbiler)
- benzin og diesel (hvis prisen på benzin stiger vil der komme forøget efterspørgsel efter diesel)
- ris og kartofler (hvis prisen på kartofler stiger vil der komme forøget efterspørgsel efter ris)

### *Komplementære goder*

Et komplementært gode er et produkt, der efterspørges fælles med et andet produkt – typisk fordi de skal anvendes på samme tid. Her gælder det, at en stigning i prisen på det komplementære gode forskyder efterspørgselskurven indad. Dette sker fordi forbrugeren vil nedbringe sit forbrug af det produkt, der nu er blevet dyrere at anvende. Eksempler på komplementære goder er:

- biler og benzin (hvis prisen på benzin stiger, vil efterspørgslen efter personbiler falde)
- el-radiatorer og elektricitet (hvis prisen på elektricitet stiger, vil efterspørgslen efter el-radiatorer falde)

### **Forbrugerpræferencer**

En faktor som indimellem overses i økonomiske fremstillinger er effekten af forbrugernes skiftende præferencer. Hvis forbrugerne pludselig finder ud af, at noget er ”hot” og noget andet er ”not” så forskyder efterspørgselskurven sig i takt med de troløse forbrugeres skiftende luner.

### **Antallet af potentielle købere**

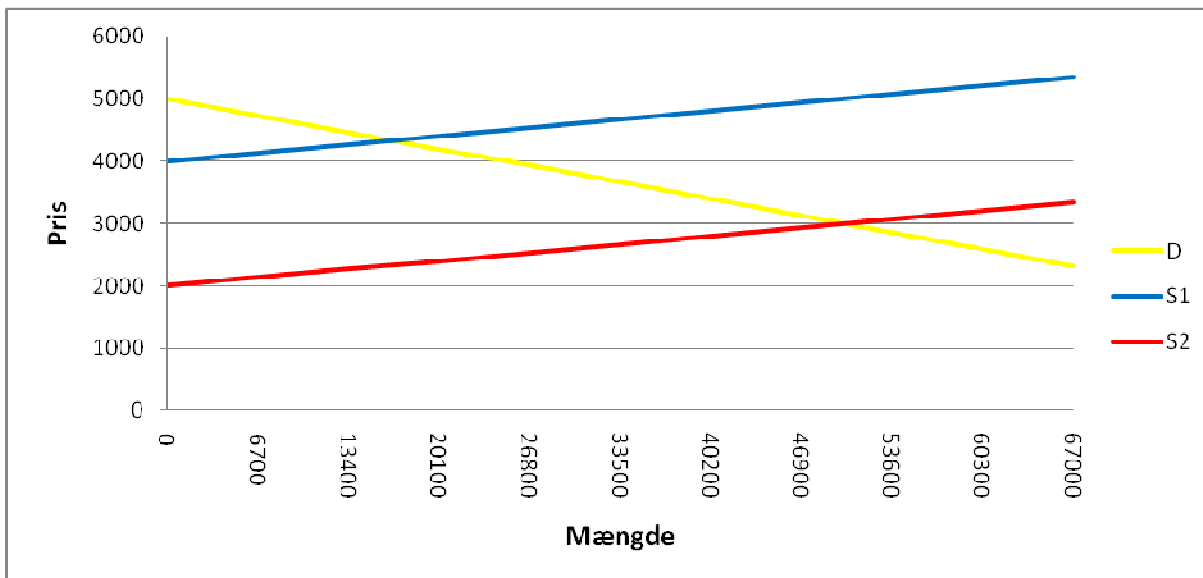
En stigning i populationen eller i markedets størrelse skifter efterspørgselskurven udad. Nogle lande har hastigt voksende populationer. Bl.a. derfor er et land som Kina med en hastigt stigende middelklasse interessant for mange virksomheder. Et andet eksempel er globaliseringen hvor markedet for producenten udvides voldsomt ved at kunne afsætte varen globalt.

### **Forventninger om prisændringer**

Forbrugernes adfærd bygger i høj grad på forventninger til fremtiden. Derfor vil ændrede forventninger også kunne ændre på efterspørgslen. En nyhedsrapport der forudsiger stigende priser i fremtiden, kan forøge den nuværende efterspørgsel fordi forbrugerne foretrækker at købe nu. Priserne på varer som guld varierer meget i takt med forventninger om økonomiens udvikling, da guld anses for en relativt sikker investering hvor man kan placere sine penge i usikre tider.

### **Forhold der er bestemmende for udbudsskurvens forskydning**

Lad os nu se på, hvilke forhold der kan få udbudskurven til at forskydes. I figuren nedenfor ses en forskydning af udbudskurven nedad fra den blå kurve (S1) til den røde kurve (S2). Herved fremkommer et nyt skæringspunkt hvor ligevægtsprisen er lavere og ligevægtsmængden er højere end før.



Figur 2. Forskydning af udbudskurven. Se Excel ark "Forskydning udbudskurve"

### Priser på andre goder

Udbuddet af et gode kan falde hvis prisen på et andet gode stiger. Dette skyldes at producenterne muligvis vil flytte rundt på deres produktion så de producerer mere af det gode som er steget i pris, eftersom dette er mere profitabelt. Udbudskurven vil hermed forskydes opad. Hvis der f.eks. fra politisk side gives tilskud til køb af elbiler vil producenterne kunne tage en højere pris for disse. Derfor vil nogen af dem måske flytte deres produktion fra benzinbiler til elbiler – hvilket jo også er meningen med tilskuddet.

### Antallet af udbydere

Flere udbydere giver et større samlet udbud hvilket får udbudskurven til at forskydes nedad. Dette er et af argumenterne for det indre marked i EU hvor antagelsen netop har været, at flere udbydere på det europæiske marked vil give flere varer til lavere priser.

### Priser på råvarer

Hvis prisen stiger på de ressourcer som anvendes i produktionen, vil udbyderne være mindre tilbøjelige til at levere den samme mængde til en given pris. Derfor vil udbudskurven forskydes opad. Et meget anvendt eksempel er prisen på olie da det indgår i de fleste industrielle processer (se eksempel – prisdannelse på olie).

### Produktivitetsforbedringer

Forbedringer af produktivitet kan ske på mange måder.

- *Den teknologiske udvikling* giver adgang til stadig billigere måder at producere på. Det betyder at udbudskurven forskydes nedad, hvilket vi bl.a. oplever som faldende priser på PC'er, mobiltelefoner etc.
- *Arbejdstilrettelæggelse* kan ske på nye måder hvor medarbejderne f.eks. får mere ansvar og dermed motiveres mere.



**Stordriftsfordele**

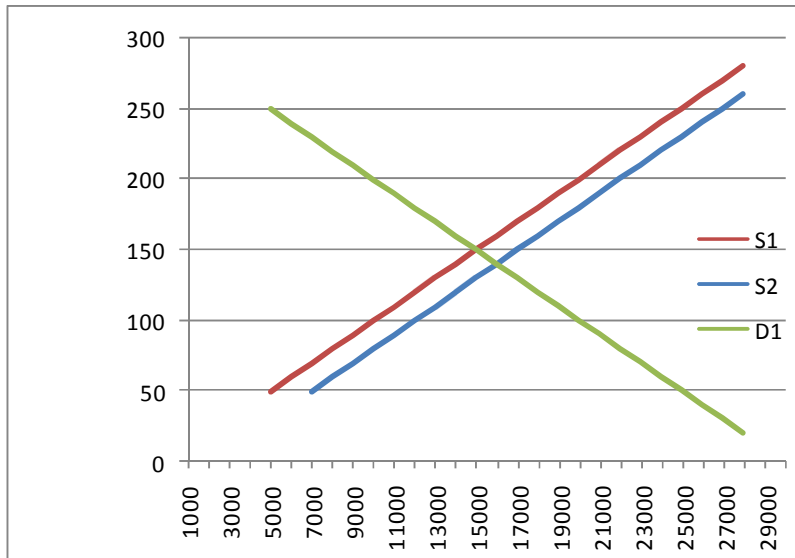
Disse opstår hvor der kræves store investeringer i produktionen for at starte virksomheden op. Derfor vil det være mere profitabelt for virksomheden jo flere enheder der kan produceres. Den amerikanske økonom Paul Krugman har brugt dette forhold til at forklare, hvorfor virksomheder deltager i globaliseringen – det skyldes at deres hjemmemarked er for småt til at stordriftsfordelen kan udnyttes fuldt ud.

**Forventninger om prisændringer**

Hvis udbydere f.eks. forventer, at priserne vil stige på deres produkt i fremtiden, er det muligt at de vil sænke den mængde der udbydes til en given pris for at kunne levere et forøget udbud når prisen stiger. Dermed forskydes udbudskurven opad.

## Algebraisk udregning af skæringspunkt mellem udbuds og efterspørgselskurven

### Et eksempel



Figur 3. Grafisk afbildning af to ligevægtssituationer

Som det fremgår af figur 1 skærer efterspørgselskurven D1 to forskellige udbudskurver, S1 og S2 ved henholdsvis mængderne 15.000 og 16.000 enheder.

For algebraisk at beregne dette, er det nødvendigt at kende regneforskrifterne for D1, S1 og S2:

$$D1 = -0,01 \cdot m + 300$$

$$S1 = \frac{1}{100} \cdot m$$

$$S2 = \frac{1}{100} \cdot m - 20$$

### Fortolkning af regneforskrifterne

D1: -0,01 er koefficienten til m, hvilket fortæller at hver gang prisen øges med 0,01 krone falder markedets (forbrugernes) efterspørgsel med 1 enhed. Endvidere antages det, at ved en pris på 300 (skæring med pris-aksen) vil der ikke være nogen efterspørgsel, varen er simpelthen for dyr.

S1: Hvis prisen stiger med 0,01 vil producenten producere 1 enhed mere, idet det bliver mere interessant for producenten at sælge jo højere prisen bliver.

S2: Som S1, dog med den tilføjelse, at producenten skal kunne sælge 2000 enheder inden hun overhovedet er motiveret for at producere. De 2000 fremkommer ved, at  $2000 \cdot 0,01 - 20 = 0$ .

### Beregning af ligevægt

Ligevægtpunkterne bestemmes ved at løse 2 ligninger med 2 ubekendte, først for D1 og S1:

Da det netop gælder, at der er ligevægt når producenten er villig til at sælge varen til en pris som forbrugeren på sin side er villig til at betale, gælder det at  $D1 = S1$ , vi har da ligningen:

$$D1 = S1 \Leftrightarrow -0,01 \cdot m + 300 = 0,01 \cdot m \Leftrightarrow 300 = 0,02m \Leftrightarrow \frac{300}{0,02} = m \Leftrightarrow 15000 = m$$

Vi har da beregnet ligevægtsmængden og mangler ligevægtsprisen, denne bestemmes ved at indsætte  $m = 15000$  i regneforskriften for enten D1 eller S1:

$$D1 = -0,01 \cdot 15000 + 300 = 150$$

Der er altså ligevægt ved (15000 enheder, 150)

Tilsvarende bestemmes skæringspunktet for D1 og S2:

$$D1 = S2 \Leftrightarrow -0,01 \cdot m + 300 = 0,01 \cdot m - 20 \Leftrightarrow 300 + 20 = 0,02 \cdot m \Leftrightarrow 320 = 0,02m \Leftrightarrow m = 16000$$

Herefter bestemmes prisen:  $D1 = -0,01 \cdot 16000 + 300 = 140$ .

Ligevægt (16000, 140).

### Generel beregning af ligevægt

Ovenfor havde vi nogle bestemte koefficienter, men i det følgende ses på D og S med vilkårlige koefficienter.

$$D = a \cdot m + b$$
$$S = \frac{1}{c} \cdot m + d$$

Hvor a, b, c og d er vilkårlige koefficienter.

Ligevægtpunktet beregnes på samme vis som ovenfor, ved at sætte  $D = S$ . Selve udregningen er noget kompliceret og gøres derfor i CAS:

$$D=S \Leftrightarrow a \cdot m + b = \frac{1}{c} \cdot m + d \text{ solve}(a \cdot m + b = 1/c \cdot m + d, m) \quad m = \frac{-(b-d) \cdot c}{a \cdot c - 1}$$

Dette indsættes i D:

$$D = a \cdot m + b = a \cdot \frac{-(b-d) \cdot c}{a \cdot c - 1} + b = \frac{-a \cdot c \cdot d - b}{a \cdot c - 1}$$

$$\text{Ligevægtpunktet: } \underline{\underline{\left( \frac{-(b-d) \cdot c}{a \cdot c - 1}, \frac{-a \cdot c \cdot d - b}{a \cdot c - 1} \right)}}$$

I denne gennemgang er udbuds og efterspørgselskurverne rette linjer, hvilket naturligvis er en grov forenkling, der kun gælder i et område omkring ligevægtpunktet.

## Introduktion til elasticitet

Elasticitet er et begreb, der udtrykker forholdet mellem ændringer i pris og mængde. I samfundsfag interesserer vi os for elasticitet når vi vil undersøge og eventuelt forudsige de forskellige økonomiske agents adfærd. Ved at inddrage begrebet elasticitet kan vi altså ikke bare studere retningen af kurvers forskydning, men også sige noget om størrelsen af ændringerne i pris og mængde.

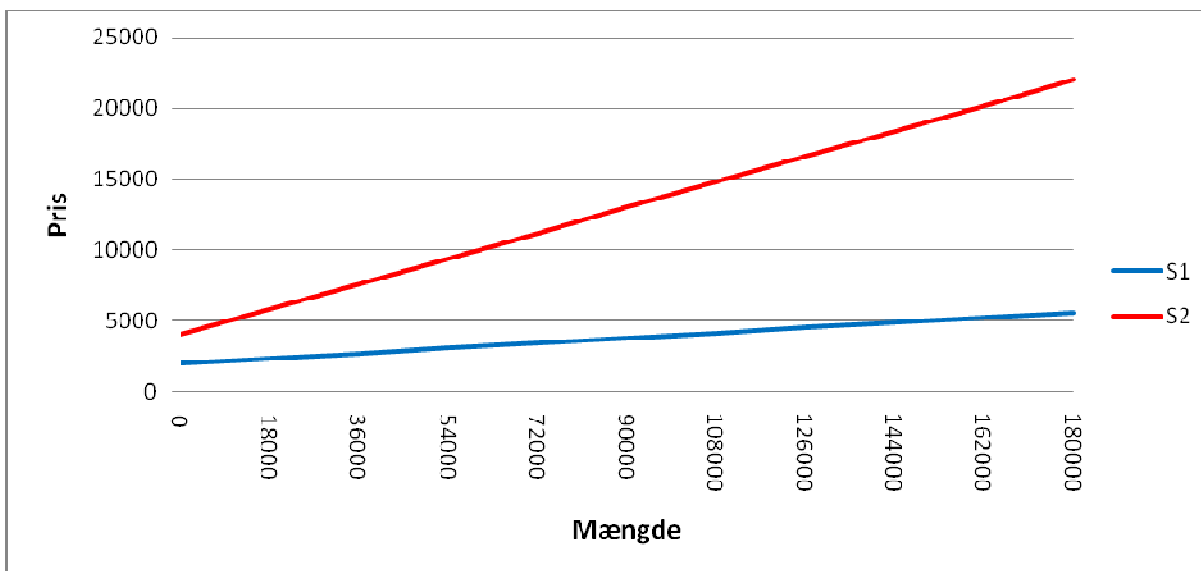
Forskel i elasticitet mellem kurver kan både skyldes kurvernes hældning og deres placering. Oftest interesserer vi os i praksis mest for at anvende forskellige hældninger på kurverne til at sige noget om prisdannelsen på forskellige typer af markeder. Derfor vil de følgende eksempler anvende kurver med forskellige hældninger.

Selvom elasticitet defineres i et punkt taler vi ofte om, at kurven er hhv. elastisk eller uelastisk. En mere præcis måde at udtrykke det på er, at en stor del af kurven har en elasticitet på mere eller mindre end 1 og derfor kaldes elastisk eller uelastisk.

## Forhold der er bestemmende for udbudskurvens elasticitet

Udbudselasticitet defineres som forholdet mellem ændring i mængde og ændring i pris (se den matematiske definition i afsnittet om Udbudselasticitet). Hvis f.eks. prisen på et gode steg med 10% og den udbudte mængde som følge heraf med 20% vil elasticiteten være  $20\%/10\%=2$ .

Forskellen på høj og lav udbudselasticitet er vist i den nedenstående figur. Her ses to udbudskurver med forskellig hældning:



Figur 4. Elastiske og uelastiske udbudskurver. Se Excel ark "Elastisk-uelastisk udbudskurve"

Den blå udbudskurve (S1) er relativt elastisk (en lille prisændring giver en meget stor mængdeændring), mens den røde udbudskurve (S2) er mere uelastisk (en lille prisændring giver en noget mindre mængdeændring).

De forhold, der bestemmer udbudskurvens udseende er bl.a. følgende:

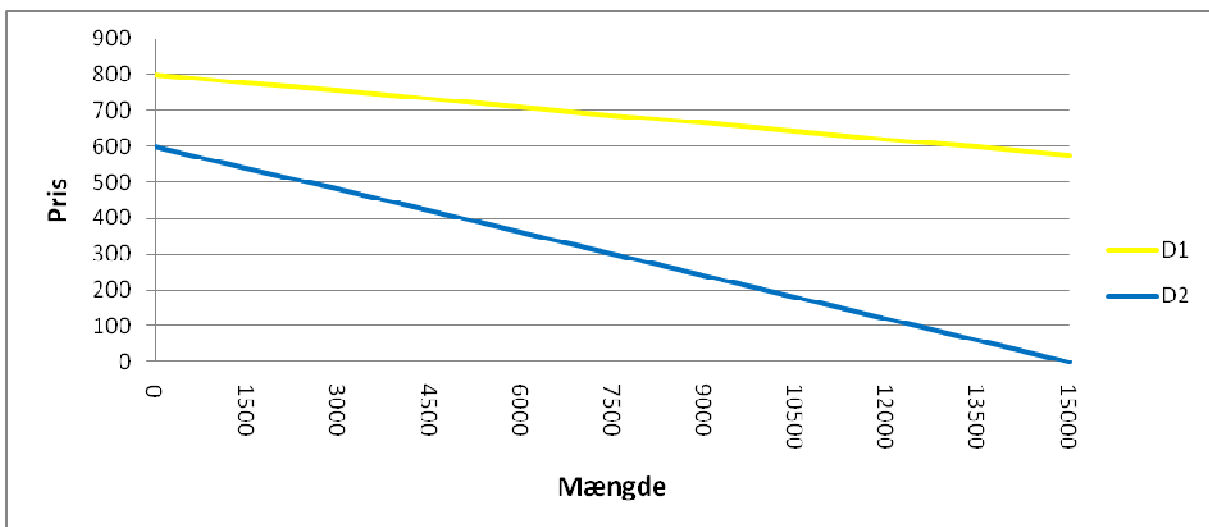
- Adgangen til råvarer som er nødvendige for produktionen (jo nemmere det er at få nye råvarer jo hurtigere kan man producere flere varer)
- Længden af produktionsprocessen (jo kortere produktionsproces jo hurtigere kan man producere flere varer)
- Overskudskapacitet i produktionsprocessen (jo mere overskudskapacitet der findes i en industri, jo hurtigere kan man forøge produktionen)

### Forhold der er bestemmende for efterspørgselskurvens elasticitet

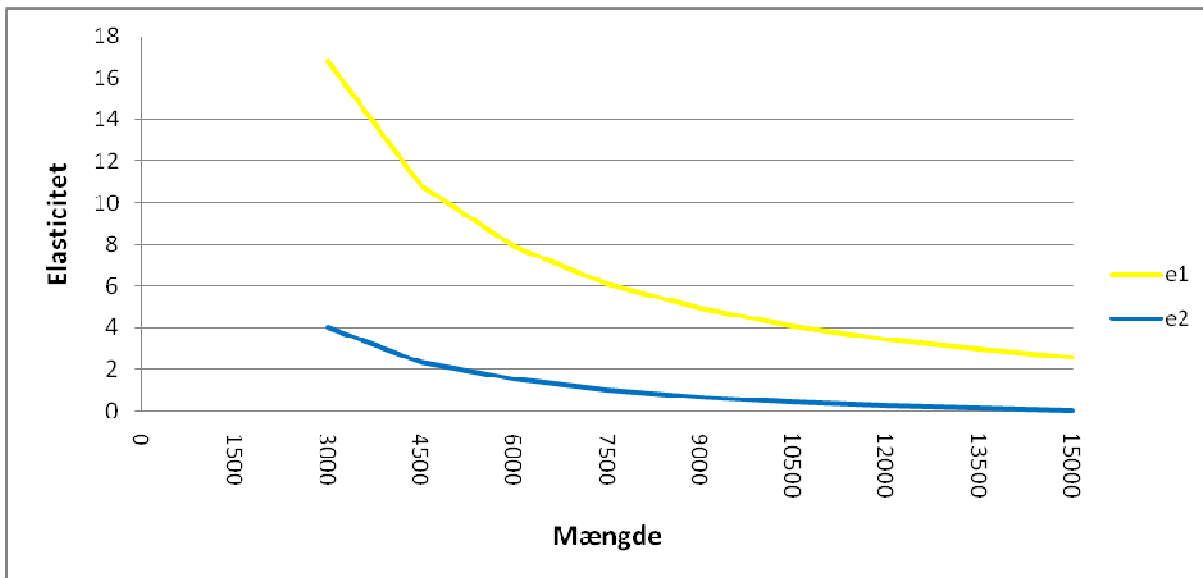
Efterspørgselselasticiteten kan være defineret som et mål for, hvor *følsom* (elastisk) efterspørgslen er overfor ændringer i pris (priselasticitet), indkomst (indkomstelasticitet) og prisændringer på andre produkter (krydspriselasticitet). Den mest anvendte er dog priselasticiteten da vi oftest er interesserede i forbrugernes reaktion på prisændringer. Derfor anvendes efterspørgselselasticitet og priselasticitet også som synonymmer.

Efterspørgselselasticitet defineres som forholdet mellem ændring i mængde og ændring i pris (se den matematiske definition i afsnittet om Efterspørgselselasticitet).

Nedenstående figur viser 2 forskellige efterspørgselskurver samt en tilhørende kurve over elasticiteten:



Figur 5. Elastiske og uelastiske efterspørgselskurver. Se Excel ark "Elastisk-uelastisk efterspørgselskurve"



Figur 6. Elasticitet for forskellige efterspørgselskurver. Se Excel ark "Elastisk-uelastisk efterspørgselskurve"

Som det ses er D1 (den blå efterspørgselskurve) relativt uelastisk (det meste af kurven har en efterspørgselselasticitet  $< 1$ ) hvorimod D2 (den gule kurve) er mere uelastisk (Hele kurven har en efterspørgselselasticitet  $> 1$ ).

### Anvendelsesmuligheder for efterspørgselselasticitet

I virkelighedens verden er anvendelsesmulighederne for efterspørgselselasticitet mange, men kan f.eks. være:

- Virksomheder der gerne vil kende deres afsætningsmuligheder. Starter man en ny virksomhed vil man altid gøre sig en række overvejelser om, hvad forbrugerne har af alternativer, hvad de vil betale etc.
- Offentlige myndigheder der gerne vil finde ud af den optimale pris for en ydelse. Hvis man f.eks. overvejer at indføre brugerbetaling for lægebesøg er det vigtigt at vide, hvordan det vil påvirke antallet af lægebesøg hos forskellige indkomstgrupper.
- Offentlige myndigheder der gerne vil ændre borgernes adfærd. Ønsker man f.eks. at få borgerne til at læse flere bøger kunne det være interessant at se på, hvordan tilskud til biblioteker eller bogindkøb vil påvirke forbruget af bøger.

### Forhold der er bestemmende for efterspørgselskurvens elasticitet

De faktorer, der bestemmer efterspørgselselasticiteten er følgende:

#### Antal substitutter

Hvis der er mange substitutter for varen, vil efterspørgselselasticiteten være relativt elastisk. Eftersom forbrugeren nemt kan finde andre varer der dækker hans/hendes behov er det ikke så nødvendigt at købe netop denne vare. Et eksempel kunne være en person der både kan tage bus og tog på arbejde uden større forskelle i besvær og omkostninger. Hvis prisen på busser stiger vil hun derfor kunne substituere bus med tog og har dermed en elastisk efterspørgsel efter buskørsel.

### Procentvis andel af købers budget

En anden vigtig faktor er den andel som varen koster i forhold til forbrugerens budget. Hvis man f.eks. sammenligner køb af havregryn med køb af en ny bil vil de fleste forbrugere reagere noget mere prisfølsomt hvis bilen stiger med 10% end hvis havregryn stiger med 10%. Det betyder også, at personer med forskellig indkomst har meget forskellige prisfølsomhed. For en enlig forsørger på bistand er prisen på havregryn noget mere afgørende end for en direktør.

### Type af gode

Vi skelner også mellem luksus- og nødvendighedsvarer. Hvis en vare er nødvendig vil forbrugeren have en meget uelastisk efterspørgsel, men hvis der er tale om en luksusvare vil prisen være mere afgørende. Madvarer er et typisk nødvendighedsgode som man er nødt til at købe. Handler det derimod om det 4. par røde støvler er det et luksusgode og de fleste vil nok se om man kan finde dem på tilbud.

### Tidsramme for købet

Tidsrammen for købet betyder også meget for forbrugerens prisfølsomhed. De varer som man har brug for lige nu er man villig til at betale mere for, og man har dermed en mere uelastisk efterspørgsel. Er man f.eks. kørt næsten tør for benzin på motorvejen og der er 50 km til næste tankstation vil man gerne betale en høj pris for den. En ny sofa kan man derimod godt bruge lidt tid på at finde – hvis ellers man har en i forvejen.

Faktorerne er opsummeret i nedenstående tabel:

Produktets art	Elastisk efterspørgsel	Uelastisk efterspørgsel
Antal substitutter	Mange	Få eller ingen
% af købers budget	Høj	Lav
Type af gode	Luksus	Nødvendighed
Tidsramme for købet	Ingen hast	Skal bruges her og nu
Eksempler	Røde bøffer, udlandsrejser	Salt, brød



## Beregning af elasticitet langs rette kurver

Her skal vi se på, hvordan man beregner henholdsvis efterspørgsels- og udbudselasticiteten langs rette kurver, der har en regneforskrift af typen  $f(x) = a \cdot x + b$ .

### Efterspørgselselasticitet

Udgangspunktet er efterspørgselsfunktionen  $D(m)$ , hvor  $D$  er prisen som funktion af mængden  $m$ .

$$D(m) = a \cdot m + b$$

Elasticitetsbegrebet er som bekendt et udtryk for, hvor meget mængden relativt ændres i forhold til, hvor meget prisen relativt ændres. Udtrykt rent matematisk:

$$E_d = - \frac{\frac{\Delta m}{m}}{\frac{\Delta p}{p}}$$

I denne sammenhæng er prisen  $p$  netop  $D(m)$ .

$$p = D(m)$$

Først skal vi fastsætte, hvor meget mængden skal ændres. Det mest praktiske er, at mængden ændres med 1 enhed. Derfor har vi

$$\Delta m = 1$$

Herefter skal vi se på  $\Delta p = \Delta D(m)$ .

Når mængden ændres med 1 ændres prisen med hældningskoefficienten  $a$ . Det svarer til, at når vi går 1 hen ad  $x$ -aksen ændres  $y$ -værdien med  $a$ . Derfor gælder, at

$$\Delta D(m) = a$$

Nu indsættes de fundne sammenhænge i udtrykket for elasticitet:

$$\begin{aligned} E_d &= - \frac{\frac{\Delta m}{m}}{\frac{\Delta p}{p}} = - \frac{\frac{1}{m}}{\frac{a}{a \cdot m + b}} = - \frac{m \cdot \left(\frac{1}{m}\right)}{m \cdot \frac{a}{a \cdot m + b}} = - \frac{1}{\frac{a \cdot m}{a \cdot m + b}} = - \frac{(a \cdot m + b) \cdot 1}{(a \cdot m + b) \cdot \frac{a \cdot m}{a \cdot m + b}} = - \frac{a \cdot m + b}{a \cdot m} \\ &= - \left( \frac{a \cdot m}{a \cdot m} + \frac{b}{a \cdot m} \right) = - \left( 1 + \frac{b}{a \cdot m} \right) = - 1 - \frac{b}{a \cdot m} \end{aligned}$$

Fremgangsmåden ovenfor er at forlænge brøkerne med forskellige størrelser.

### Elastisk eller uelastisk efterspørgsel

Da efterspørgselskurven er aftagende er  $a$  negativ, mens skæring med pris-aksen  $b$  er positiv ligesom mængden  $m$  er det. Derfor gælder, at

$$a < 0, b > 0 \text{ og } m > 0 \Rightarrow \frac{b}{a \cdot m} < 0 \Rightarrow - \frac{b}{a \cdot m} > 0$$

Hvis efterspørgslen skal være elastisk, skal den være over 1, derfor gælder

$$E_d > 1 \Leftrightarrow -1 - \frac{b}{a \cdot m} > 1 \Leftrightarrow -\frac{b}{a \cdot m} > 2 \Leftrightarrow \frac{b}{-a \cdot m} > 2 \Leftrightarrow \frac{b}{-a} \cdot \frac{1}{m} > 2$$

Omvendt gælder, at når efterspørgselen er uelastisk skal det gælde, at

$$1 > E_d > 0 \Leftrightarrow 1 > -1 - \frac{b}{a \cdot m} > 0 \Leftrightarrow 2 > -\frac{b}{a \cdot m} > 1 \Leftrightarrow 2 > \frac{b}{-a \cdot m} > 1 \Leftrightarrow 2 > \frac{b}{-a} \cdot \frac{1}{m} > 1$$

Da  $a$  er negativ er  $-a$  positiv. endvidere er  $a$  og  $b$  konstanter.

Eftersom  $m$  er i nævneren, gælder det at jo større  $m$  er, des mindre er brøken  $\frac{b}{-a} \cdot \frac{1}{m}$ .

Derfor falder efterspørgselselasticiteten, når mængden stiger og på et tidspunkt nås en tilstrækkelig stor mængde til, at elasticiteten bliver så lille at den bliver uelastisk.

Overgangen hvor elasticiteten netop er 1 – neutral elastisk – kan vi bestemme:

$$\frac{b}{-a} \cdot \frac{1}{m} = 1 \Leftrightarrow m = \frac{b}{-a}$$

I virkelighedens verden er det interessante spørgsmål, om udbudskurven skærer efterspørgselskurven i det elastiske eller uelastiske område.

## Udbudselasticitet

Her er udgangspunktet regneforskriften for  $S(m)$  den pris varen udbydes til som funktion af den udbudte mængde.

$$S(m) = \frac{1}{c} \cdot m + d$$

Udbudselasticiteten er givet ved

$$E_s = \frac{\frac{\Delta m}{m}}{\frac{\Delta p}{p}}$$

Bemærk fortegnet!

Som ved efterspørgselselasticiteten gælder at

$$\Delta m = 1$$

og

$$\Delta S(m) = \frac{1}{c}, \text{ da } \frac{1}{c} \text{ svarer til kurvens hældning.}$$

Dette indsættes i udtrykket for elasticitet:

$$E_s = \frac{\frac{\Delta m}{m}}{\frac{\Delta P}{p}} = \frac{\frac{1}{m}}{\frac{1}{c}} = \frac{\frac{1}{m}}{c \cdot \frac{1}{c}} = \frac{\frac{1}{m}}{\frac{1}{m+c \cdot d}} = \frac{m \cdot \frac{1}{m}}{m \cdot \left(\frac{1}{m+c \cdot d}\right)} = \frac{1}{m+c \cdot d} = \frac{(m+c \cdot d) \cdot 1}{(m+c \cdot d) \left(\frac{m}{m+c \cdot d}\right)} =$$

$$\frac{m+c \cdot d}{m} = \frac{m}{m} + \frac{c \cdot d}{m} = 1 + \frac{c \cdot d}{m}$$

Som ved efterspørgselselasticiteten er brøkerne forlænget med forskellige størrelser, for herved at reducerer udtrykket mest muligt.

### Elastisk eller uelastisk udbud

Det er klart, at hældningen er positiv, da virksomhederne vil udbyde en større mængde, hvis de får en bedre pris, og omvendt en mindre mængde, hvis de får en lavere pris. Derfor er  $\frac{1}{c} > 0 \Leftrightarrow c > 0$ , endvidere vil mængden altid være positiv, hvorfor  $m > 0$ .

Når udbudselasticiteten er elastiske skal  $E_s > 1$ , heraf følger:

$$E_s > 1 \Leftrightarrow 1 + \frac{c \cdot d}{m} > 1 \Leftrightarrow \frac{c \cdot d}{m} > 0$$

Og da  $c$  og  $m$  er positive må det gælde, at  $d$  også er positiv, hvilket vil sige at udbudskurven skærer pris-aksens over 0.

Omvendt gælder, at hvis udbuddet er uelastisk, gælder  $1 > E_s > 0$ , heraf følger:

$$1 > E_s > 0 \Leftrightarrow 1 > 1 + \frac{c \cdot d}{m} > 0 \Leftrightarrow 0 > \frac{c \cdot d}{m} > -1$$

Den samlede brøk er da negativ, og da  $c$  og  $m$  er positive må  $d$  være negativ, hvilket vil sige at udbudskurven skærer pris-aksen under 0. Umiddelbart forekommer det mærkværdigt, da dette indebærer, at prisen er negativ, hvilket jo er det samme som, at kunderne får penge for at modtage varerne.

Løsningen på dette problem er ikke at betragte udbudsfunktionen som en lang ret linie løbende fra  $m = 0$  og fremefter, eftersom det først er ved en vis mængde at udbyderne er villige til at sælge deres produkt. Eksempelvis vil en stor bilfabrik ikke kun sælge en bil på et år, men hundrede tusinder. Derfor er mængden så stor, at udbudsprisen bliver klart positiv.

Endelig skal vi se på hvordan det forholder sig, når elasticiteten er neutral. Da har vi at  $E_s = 1$ , heraf følger:

$$E_s = 1 \Leftrightarrow 1 + \frac{c \cdot d}{m} = 1 \Leftrightarrow \frac{c \cdot d}{m} = 0$$

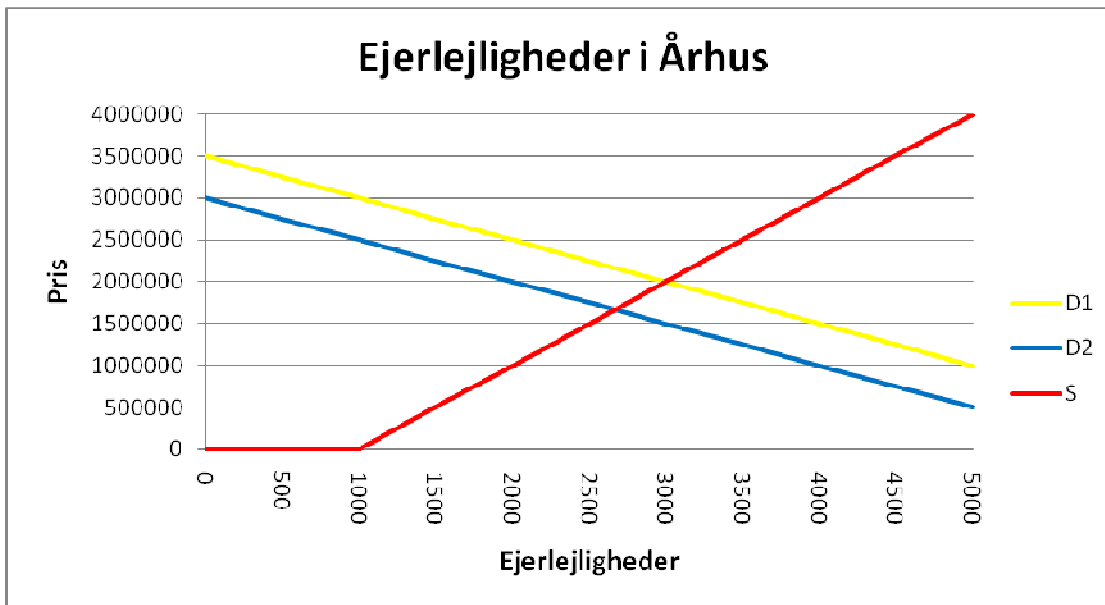
Og da  $c$  og  $m$  er positive må  $d = 0$ , hvilket vil sige at udbudskurven skærer pris-aksen ved prisen 0.

En følge af dette er, at en udbudskurve, der starter ved prisen 0 er uelastisk uanset hældning og mængde, eftersom når  $d = 0$  vil brøken  $\frac{c \cdot d}{m} = 0$ . Med andre ord er en enhver lineær udbudskurve der starter ved prisen 0 uelastisk for alle mængder.

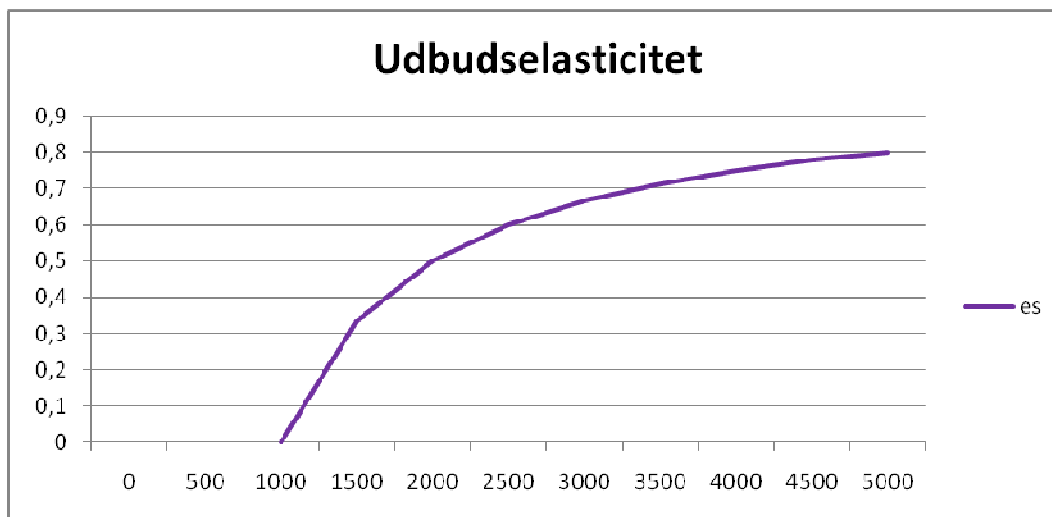
## Eksempler der kombinerer elasticitet og forskydning.

### Uelastisk udbudskurve (ejerlejligheder i Århus)

Nedenstående graf illustrerer et marked med meget uelastisk efterspørgsel. Ejerlejligheder i Århus er kendetegnet ved, at det er meget svært at fremskaffe yderligere eksemplarer af varen som respons på en stigende efterspørgsel. Det skyldes både en lang produktionsproces og mangel på plads til at bygge nyt. Udbudskurven er derfor meget uelastisk.



Figur 7. Prisdannelse på ejerlejligheder i Århus. Se Excel-ark "Ejerlejligheder Århus faste akser"



Figur 8. Udbudselasticitet for ejerlejligheder i Århus. Se Excel-ark "Ejerlejligheder Århus faste akser"

Som det ses ligger udbudskurvens elasticitet for hele kurven under 1, hvilket betyder at den er uelastisk. Derfor vil vi forvente, at en ændring i efterspørgselen på ejerlejligheder vil have en relativt større effekt på prisen end på mængden.

For at teste denne hypotese er indtegnet to efterspørgselskurver, D1 og D2. Vi prøver nu at simulere et fald i efterspørgslen (f.eks. i forbindelse med den økonomiske krise) og vil derfor se på bevægelsen fra D1 (den gule kurve) til D2 (den blå kurve).

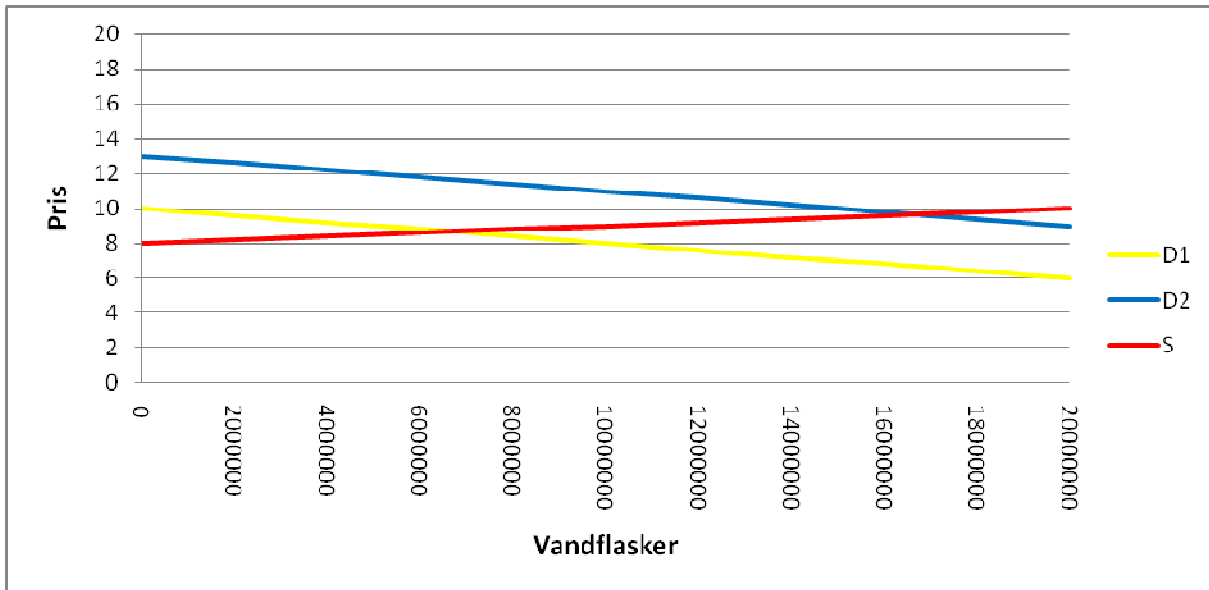
Den algebraiske udregning af skæringspunkterne ser således ud:

	m	p
D1 og S	3.000	2.000.000
D2 og S	2.667	1.666.667

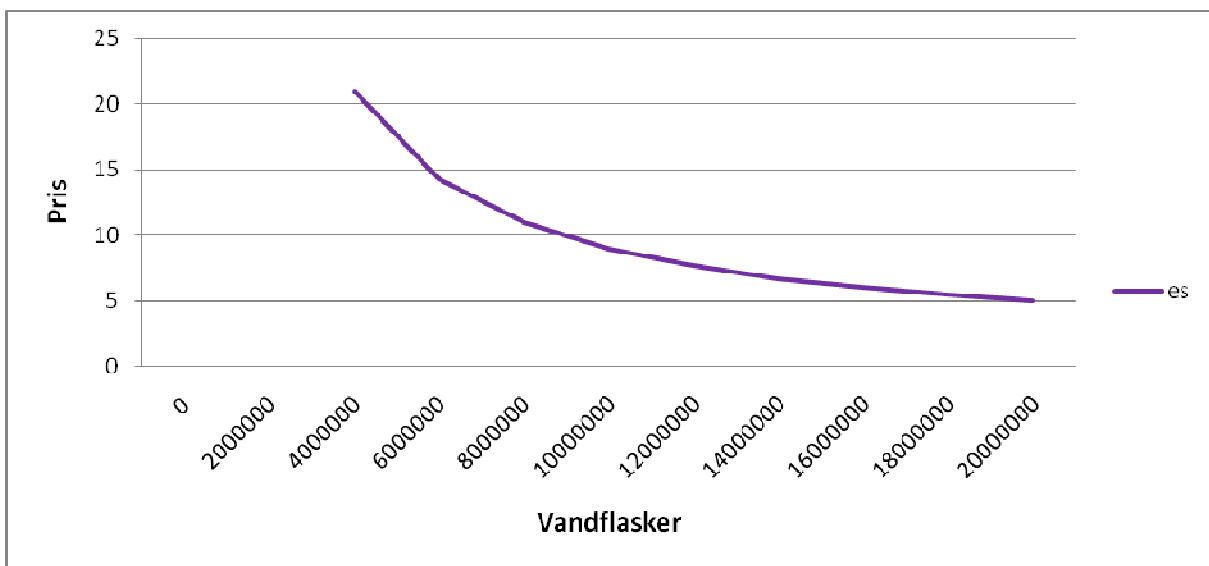
Det ses at vi er gået fra en ligevægtspris på 2.000.000 ved en mængde på 3000 enheder til en ligevægtspris på 1.666.667 ved 2667 enheder. Prisen altså faldet med 16,7% og mængden med 11,1% . Det svarer til en elasticitet i skæringspunktet mellem D1 og S på 0,67 (0,111/0,167) hvilket stemmer med den aflæsning vi kan lave på Figur 8 ud for 3000 enheder.

### Elastisk udbudskurve (vand på flasker)

Vand på flasker har flere kendetegn som gør, at vi kan modellere udbudskurven som meget uelastisk. Vand er ikke svært at fremstille så både nem adgang til råvarer og en kort produktionsproces gør at udbudskurven er meget elastisk. Hertil kommer et par andre faktorer. For det første er der mange udbydere i et globalt marked, hvilket gør at mængden af varen der kan udbydes nærmer sig uendelig. For det andet er det en meget homogen vare, hvilket betyder at vi kan antage at der er et samlet marked for vand på flaske (selvom producenterne er meget ivrige for at overbevise os om, at netop deres vare er unik i forhold til konkurrenternes).



Figur 9. Prisdannelse for vand på flasker. Se Excel-ark "Vand på flasker faste akser"



Figur 10. Udbudselasticitet for vand på flasker. Se Excel-ark "Vand på flasker faste akser"

De ovenstående figurer viser en modellering af dette marked og som det ses er der tale om en meget elastisk udbudskurve da hele udbudskurven har en elasticitet på mindst 5. Derfor vil vi forvente, at en ændring i efterspørgselen på vand på flasker vil have en relativt større effekt på mængden end på prisen.

For at teste denne hypotese er igen indtegnet to efterspørgselskurver. I dette eksempel antager vi, at efterspørgslen stiger efter vand på flasker (måske er der konstateret problemer med drikkevandet i den almindelige vandforsyning). Det betyder at D1 (den gule efterspørgselskurve) forrykkes til D2 (den blå efterspørgselskurve).

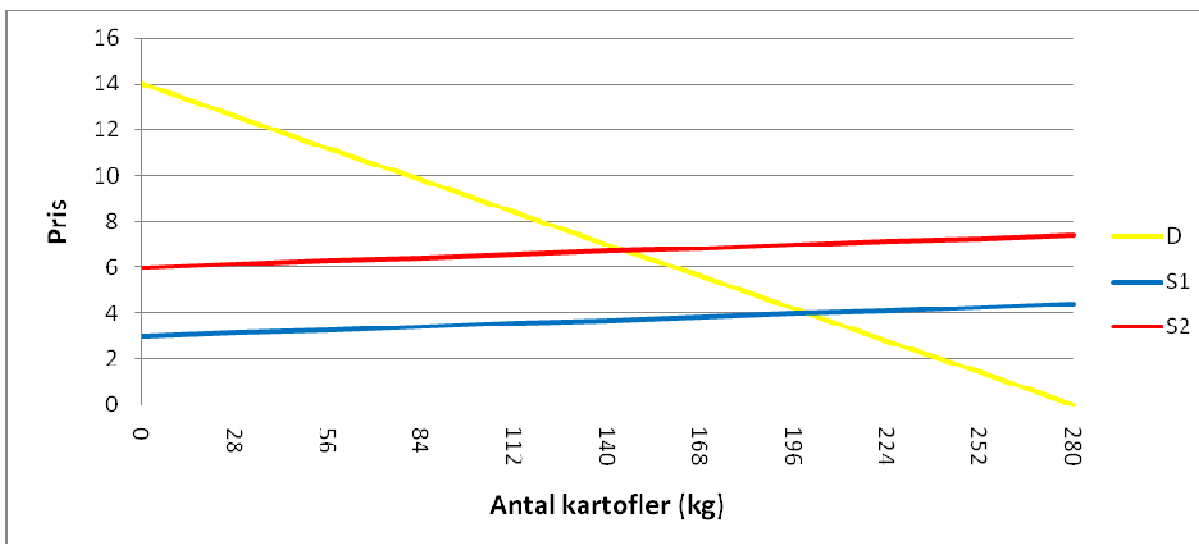
Den algebraiske udregning af skæringspunkterne ser således ud:

	m	p
D1 og S	6.666.667	8,67
D2 og S	16.666.667	9,67

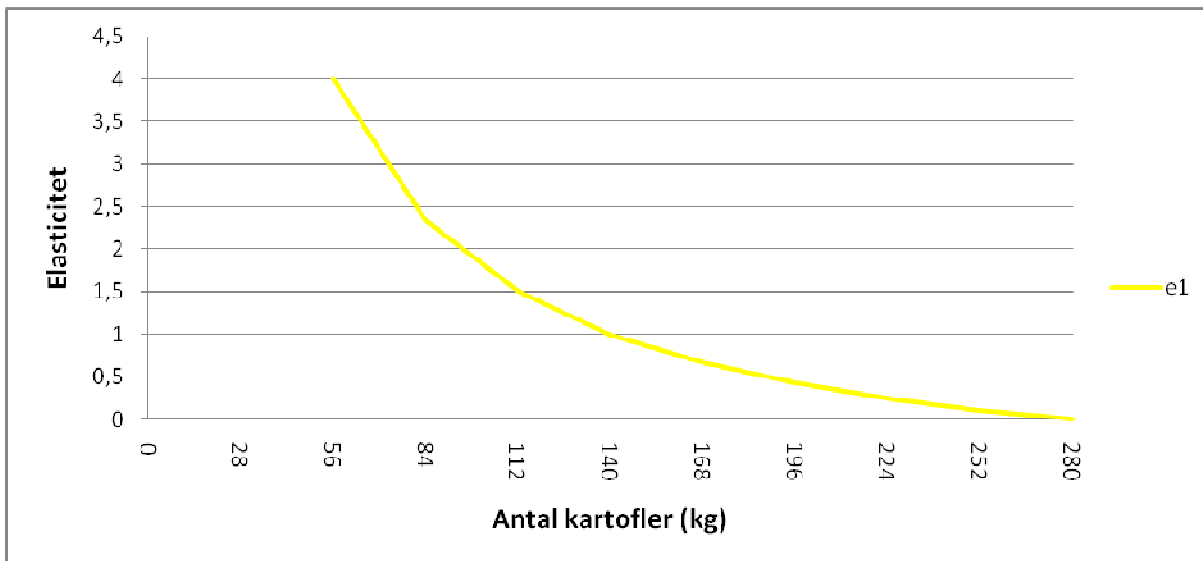
Det ses at vi er gået fra en ligevægtspris på 8,67 ved en mængde på 6.666.667 enheder til en ligevægtspris på 9,67 ved 16.666.667 enheder. Prisen altså steget med 11,5% og mængden med 150% . Det svarer til en elasticitet i skæringspunktet mellem D1 og S på 13 (1,5/0,115) hvilket stemmer med den aflæsning vi kan lave på Figur 10 ud for 6.666.667 enheder.

### Uelastisk efterspørgselskurve (kartofler)

Nedenstående graf illustrerer markedet for kartofler. Dette opfattes af de fleste danskere som en nødvendighedsvarer. Så selv om det udgør en lille del af budgettet, og man kunne mene at ris og pasta er udmærkede substitutter, er det modelleret med en uelastisk efterspørgselskurve.



Figur 11. Prisdannelse for kartofler. Se Excel-ark "Kartofler"



Figur 12. Efterspørgselselasticitet for kartofler. Se Excel-ark ”Kartofler”

De ovenstående figurer viser en modellering af dette marked og som det ses er der tale om en forholdsvis uelastisk efterspørgselskurve da den relevante del af kurven har en elasticitet på mindre end 1. Derfor vil vi forvente, at en ændring i udbuddet af kartofler vil have en relativt mindre effekt på mængden end på prisen.

For at teste denne hypotese er der indtegnet to udbudskurver. I dette eksempel antager vi, at udbuddet af kartofler falder (f.eks. på grund af en dårlig høst). Det betyder at S1 (den blå efterspørgselskurve) forskydes til S2 (den røde efterspørgselskurve).

Den algebraiske udregning af skæringspunkterne ser således ud:

	m	p	Ed
D og S1	200	4	0,40
D og S2	145,5	6,7	0,92

Det ses at vi er gået fra en ligevægtspris på 4 ved en mængde på 200 enheder til en ligevægtspris på 6,7 ved 145,5 enheder.

Efterspørgselselasticiteten er udregnet for hvert skæringspunkt som angivet i tabellen.

Prisen altså steget med 68% (fra 4 til 6,7) og mængden er faldet med 27% (fra 200 til 145,5). Det svarer til en elasticitet i skæringspunktet mellem S1 og D på 0,4 ( $0,27/0,68$ ) hvilket stemmer med den aflæsning vi kan lave på Figur 12 ud for 200 enheder.

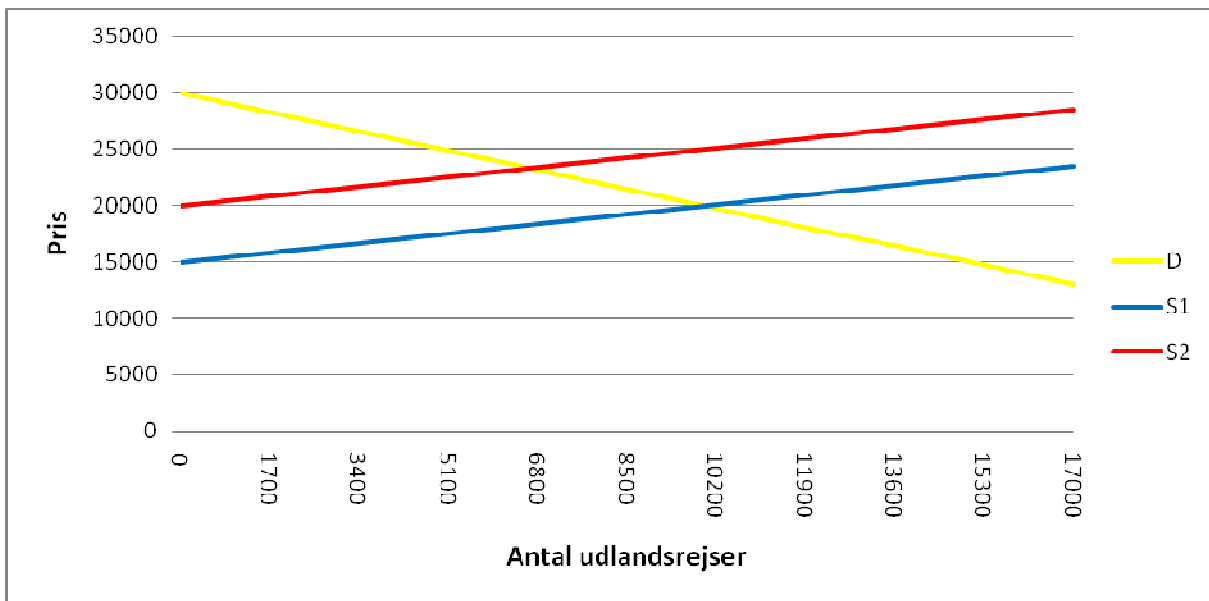


Desuden kan vi se, at elasticiteten i det nye skæringspunkt (S2-D) er 0,92. Dvs. at næste gang der sker en ændring i udbuddet vil denne elasticitet danne udgangspunkt for beregningen.

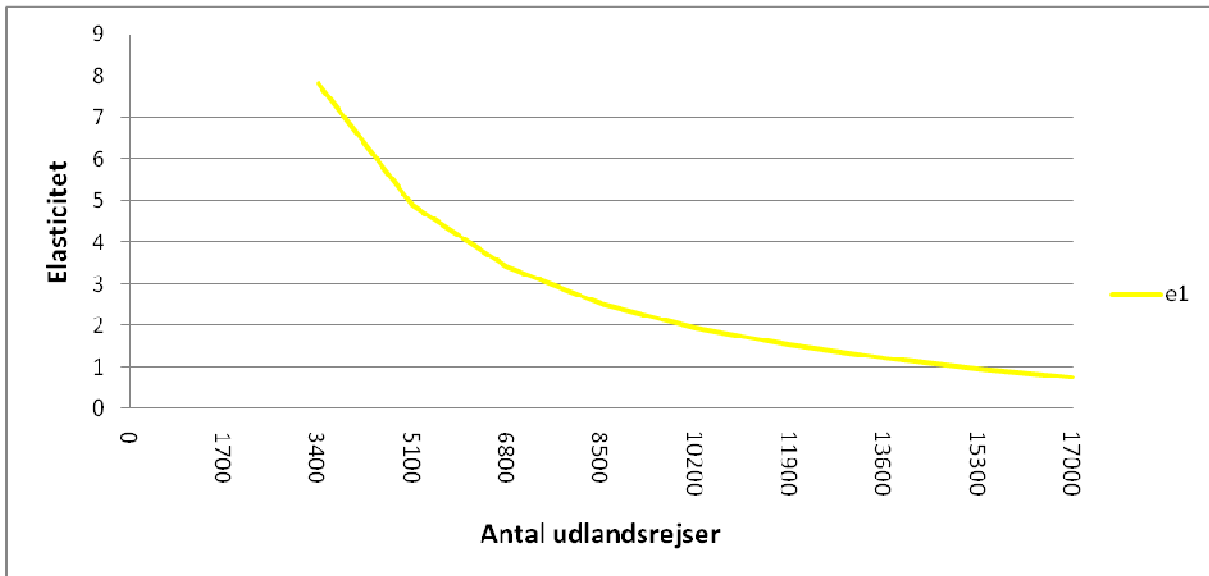
### Elastisk efterspørgselskurve (udenlandsrejser)

Nedenstående graf illustrerer markedet for udlandsrejser. Der er flere gode grunde til at udlandsrejser sandsynligvis har en elastisk efterspørgselskurve.

- Selvom ikke alle vil være enige kan man med en vis rimelighed sige, at ferie i Danmark er en substitut for en udlandsrejse
- Udlandsrejser fylder meget i budgettet – selvom faldende flypriser og stigende velstand har gjort det til en noget mindre del end før i tiden
- Udlandsrejser må anses for en luksusvare og ikke en nødvendighedsvare
- Udlandsrejser kan udskydes til man får bedre råd og er derfor ikke nødvendige at anskaffe lige her og nu



Figur 13. Prisdannelse for udlandsrejser. Se Excel-ark "Udlandsrejser"



Figur 14. Efterspørgselselasticitet for udlandsrejser. Se Excel-ark "Udlandsrejser"

De ovenstående figurer viser en modellering af dette marked og som det ses er der tale om en uelastisk efterspørgselskurve da næsten hele kurven har en elasticitet på mere end 1. Derfor vil vi forvente, at en ændring i udbuddet af udlandsrejser vil have en relativt større effekt på mængden end på prisen.

For at teste denne hypotese er der indtegnet to udbudskurver. I dette eksempel antager vi, at udbuddet af udlandsrejser falder (f.eks. på grund af højere flypriser). Det betyder at S1 (den blå efterspørgselskurve) forrykkes til S2 (den røde efterspørgselskurve).

Den algebraiske udregning af skæringspunkterne ser således ud:

	m	p	Ed
D og S1	10.000	20.000	2,00
D og S2	6.666	23.333	3,50

Det ses at vi er gået fra en ligevægtspris på 20.000 ved en mængde på 10.000 enheder til en ligevægtspris på 23.333 ved 6667 enheder.

Efterspørgselselasticiteten er udregnet for hvert skæringspunkt som angivet i tabellen.

Prisen altså steget med 16,7% (fra 20.000 til 23.333) og mængden er faldet med 33,3% (fra 10.000 til 6667). Det svarer til en elasticitet i skæringspunktet mellem S1 og D på 2,00 ( $0,333/0,167$ ) hvilket stemmer med den aflæsning vi kan lave på Figur 12 ud for 10.000 enheder.

Desuden kan vi se, at elasticiteten i det nye skæringspunkt (S2-D) er 3,50. Dvs. at næste gang der sker en ændring i udbuddet vil denne elasticitet danne udgangspunkt for beregningen (forudsat at efterspørgselskurven holdes uændret).

## Eksempel – prisdannelse på olie

I dette afsnit belyses olieprisen på de internationale olieborser, hvor prisen afregnes i US \$ per tønde olie. Derfor kan de nævnte priser ikke sammenlignes direkte med priserne på tankstationerne. Dels måles olien i liter og dels er der både afgift og moms pålagt prisen. Endvidere er der også diverse forhandleravancer, og endeligt er der prisforskel på forskellige typer af olieprodukter.

## Pristeori

*Rent teoretisk fastsættes prisen på olie som skæringspunktet mellem en udbudskurve og en efterspørgselskurve. Det er netop denne ligevægtspris, der fastsættes på råvareborser i blandt andet London, New York og Singapore. Det er derfor ikke korrekt, at olielandene kan diktere prisen på olie, men det er rigtigt, at de kan påvirke prisen ved at formindske eller forøge udbuddet af olie og dermed forrykke udbudskurven. Da efterspørgslen efter en nødvendig vare som olie er meget uelastisk, det vil sige at efterspørgslen kun påvirkes lidt af prisstigninger og prisfald, kan selv en mindre ændring af udbuddet få dramatiske konsekvenser.*

*Der er en lang række faktorer, der påvirker udbud og efterspørgsel:*

- *Udvidelser eller begrænsninger i produktionen af olie*
- *Kapacitetsudvidelser eller begrænsninger i transportsektoren og på raffinaderier.*
- *Forøgede eller formindskede lagre af råolie og olieprodukter*
- *Kolde eller varme vintre som øger eller formindsker efterspørgslen*
- *Politisk uro i et olieland, terrorisme, orkaner eller brand på et olieland, produktionsstop på et raffinaderi*
- *Forøget eller formindsket spekulation på oliemarkederne*

*Listen er ikke fuldstændig men viser alligevel, hvor mange faktorer, der kan påvirke olieprisen.<sup>1</sup>*

Overvej hvordan disse argumenter fra Energi- og olieorganisationerne hænger sammen med ovenstående gennemgang af forhold, der påvirker udbuds- og efterspørgselskurverne. I den sammenhæng er det særligt interessant at vurdere hvilke forhold, som er relaterede til efterspørgslen eller til udbuddet.

---

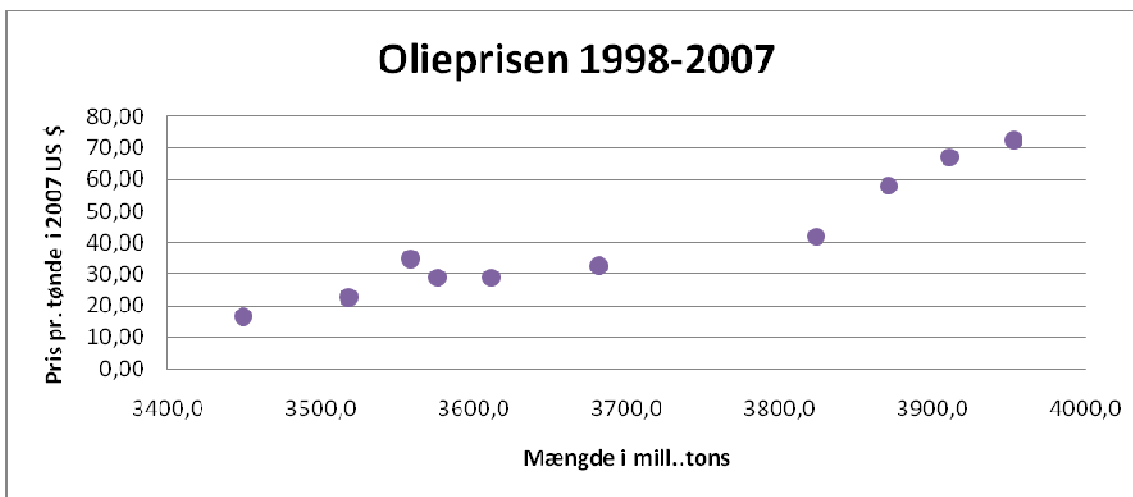
<sup>1</sup> Energi og olieorganisationerne: Fastsættelse af olieprisen, link se litteraturlisten.

## Olieprisudviklingen 1998 – 2007

At udbudselasticiteten er meget uelastisk kan ses bekræftet af prisudviklingen i årene 1998 til 2007. (På grund af Finanskrisen er 2008 et meget specielt år, hvor prisen først steg til 150 \$ pr. tønde, hvorefter den faldt dramatisk til 39 \$ pr. tønde.)

År	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Mængde	3449,3	3518,1	3558,7	3576,2	3611,3	3681,8	3823,7	3871,0	3910,9	3952,8
Pris i 2007-\$	16,69	22,74	34,92	29,03	29,06	32,51	42,02	57,90	67,03	72,39

Tabel 1. Kilde BP <http://www.bp.com/multipleimagesection.do?categoryId=9023755&contentId=7044552>, besøgt 9. juni 2009. De angivne mængder er det samlede globale forbrug, mens priserne er udregnet som årsgennemsnit for forskellige kvaliteter af råolie



Figur 15. Plot af data fra tabel 1. I perioden steg mængden kontinuerligt, derfor repræsenterer det første punkt i første-aksens retning 1998, næste punkt 1999 o.s.v. Se Excel-mappen Olie mængde-pris, arket Grafik.

## Fortolkning af data

I det følgende skal vi se på, hvordan disse data kan bruges til at bygge matematiske modeller. Indledningsvist skal det først overvejes, hvordan disse data kan opfattes. Hvert enkelt punkt i figur 15 repræsenterer et skæringspunkt mellem udbud og efterspørgsel i det pågældende år, men hvad fortæller det om udbuds- og efterspørgselskurverne?

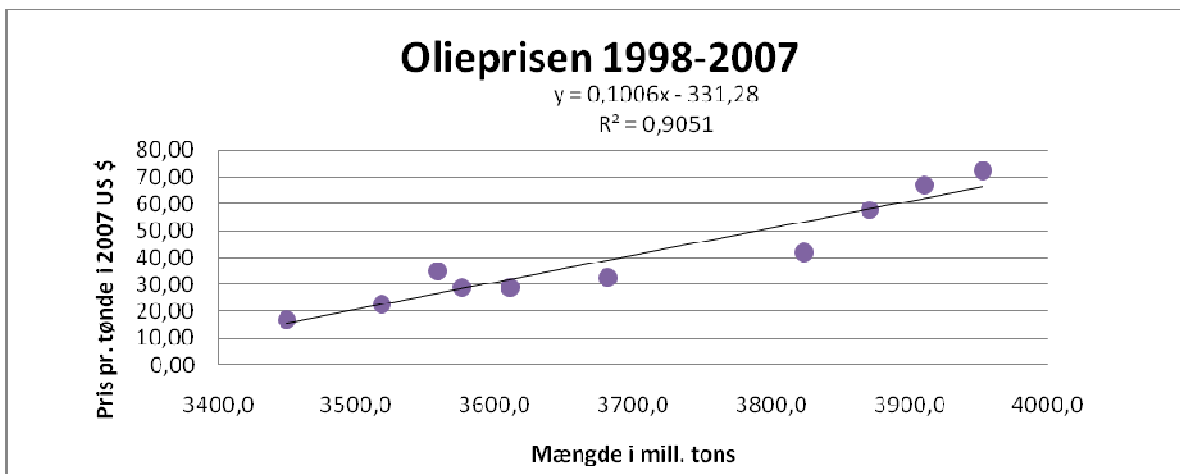
I virkelighedens verden har begge kurver flyttet sig år for år, men man kan argumentere for, at det særligt er ændringer i efterspørgslen, som ligger til grund for udviklingen. Dette understøttes af, at prisen ikke steg i 2001 og 2002 (4. og 5. punkt i første-aksens retning), hvilket hænger sammen med, at forventningerne til det fremtidige olieforbrug var afdæmpede i lyset af IT-boblen der brast i 2000 og 11. september i 2001. Ganske vist fremgår det, at det globale forbrug steg i disse år, primært drevet af vækst i Asien, men det ændrer ikke ved de nævnte forhold havde en psykologisk virkning i markedet.

På den baggrund kan den matematiske modellering forenkles ved at antage, at udbudskurven ligger fast, mens efterspørgselskurverne forrykkes mod højre gennem årene. Dette er selvsagt en forenkling, der ikke passer med virkeligheden, men enhver matematisk model er netop kun en forenkling, hvor det tilstræbes at beskrive virkeligheden inden for en rimelig margen.

## Matematisk modellering

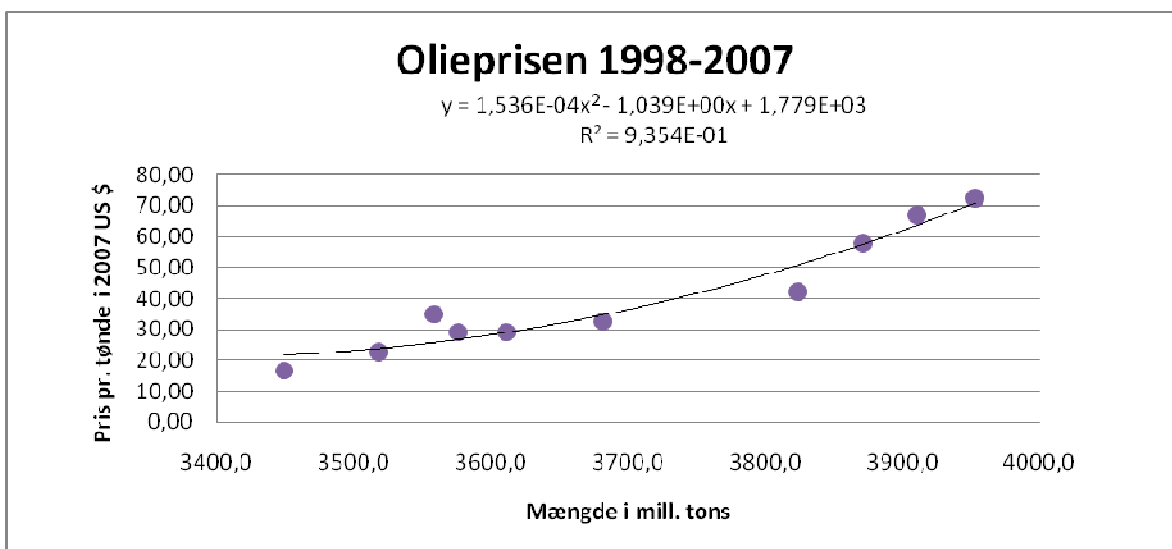
### Udbudsfunktionen

Eftersom vi ovenfor har antaget at udbudskurven ligger fast, kan denne findes ved regression ud fra de 10 punkter. Først testes en lineær regression i Excel:



Figur 16. Lineær regression ud fra data. Se Excel-mappen Olie mængde-pris, arket Grafik.

Det ses at korrelationen ikke er helt tilfredsstillende med  $R^2 = 0,9051$ , derfor testes en polynomisk regression:



Figur 17. Polynomisk regression, hvor regneforskriften er et 2. gradspolynomium. Bemærk koefficienterne er sat til "videnskabeligt" med 3 decimaler. Se Excel-mappen Olie mængde-pris, arket Grafik.

Det ses, at korrelationen er noget bedre med  $R^2 = 0,9354$ . Udbudsfunktionen  $S(m)$  kan således beskrives:

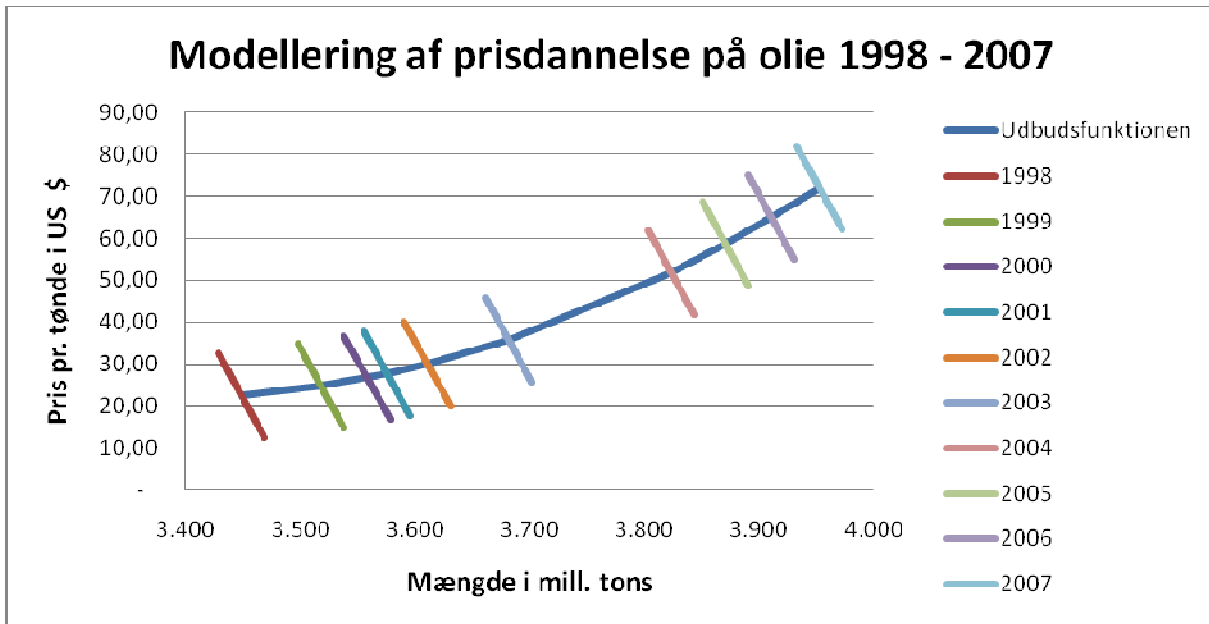
$$S(m) = 0,0001536 \cdot m^2 - 1,0390 \cdot m + 1779$$

Hvor  $S(m)$  er udbudsprisen som funktion af mængden  $m$ .

Spørgsmålet er hvilken rækkevidde denne simple model har i forhold til at fremskrive olieprisen som funktion af den efterspurgte mængde. Dette vil blive diskuteret nedenfor.

### Flytning af efterspørgselskurven

Jævnfør vores antagelse om, at udbudskurven er fast, må efterspørgselskurven have flyttet sig opad i perioden. Årsagen hertil er den globale økonomiske vækst. Dette er et eksempel på at en forøget indkomst hos forbrugerne – globalt set – bevirker at efterspørgselskurven forskydes udad (opad og til højre). Herved opstår der jævnfør teorien om prisdannelse en række af årlige skæringspunkter mellem udbud- og efterspørgselskurverne.



Figur 18. Her ses hvordan efterspørgselskurverne de enkelte år kunne se ud. Skæringspunkterne er utvivlsomt rigtige, hvis vi godtager BP's data, men efterspørgselskurvernes form, herunder hældning, er blot er (kvalificeret) gæt. Nedenfor gennemgås den valgte metode til at estimere efterspørgselskurverne. Se Excel-mappen *Olie mængde-pris*, arket *Plot af s og d funktionerne*.

### Regneforskrifter for efterspørgselskurverne

For at forenkle modellen, tages det valg, at efterspørgselsfunktionerne er lineære af formen

$$D(m) = a \cdot m + b$$

For hver efterspørgselsfunktion kender vi et punkt  $(m_0, p_0)$  ud fra modellen bygget over BP's data.

Ifølge formlen:  $y + y_0 = a \cdot (x - x_0)$  svarende til  $D(m) - p_0 = a \cdot (m - m_0)$

mangler vi kendskab til hældningskoefficienten  $a$ , hvorefter vi kan opstille en lineær regneforskrift.

I figur x4 er det valgt, at  $a = -0,5$ , et valgt der selvfølgelig kan diskuteres.

$$D(m) - p_0 = a \cdot (m - m_0) \Leftrightarrow D(m) = a \cdot (m - m_0) + p_0$$

Herved har fået en regneforskrift for prisen  $D(m)$ .

Da man ikke kan få Excel til at plote en funktion, er det nødvendigt at beregne to punkter, der skal ligge til grund for grafen.

I figur x4 er graferne tegnet ud fra et fast interval på +/- 20 mill. tons omkring skæringspunkterne. I det følgende gennemgås, hvordan den første graf er fremkommet.

Det første punkt er (3.449; 22,66).

Bemærk! De skæringspunkter der anvendes ikke er de faktiske data fra BP, men derimod de skæringspunkter, som fremkommer ifølge den matematiske model angivet ovenfor.

Førstekooridaterne til de to punkter bliver da:

$$3.449 - 20 = 3.429$$

$$3.449 + 20 = 3.469$$

Andenkoordinaterne er så

$$D(m) = a \cdot (m - m_0) + p_0 = -0,5 \cdot (3.429 - 3.449) + 22,66 = 32,66$$

$$D(m) = a \cdot (m - m_0) + p_0 = -0,5 \cdot (3.469 - 3.449) + 22,66 = 12,66$$

De to koordinater bliver da:

$$(3.429; 32,66) \text{ og } (3.469; 12,66)$$

Hvilket er grundlaget for den første efterspørgselskurve, og tilsvarende konstrueres de øvrige efterspørgselskurve. For yderlige oplysninger se da Excel-mappen *Olie mængde-pris* i arket *Plot af s og d funktionerne*.

### Udbudselasticitet og lidt differentialregning

Vi har tidligere gennemgået, hvordan udbudselasticiteten beregnes langs en ret udbudskurve, men data fra BP taler som nævnt mere for, at regneforskriften er et 2. gradspolynomium. Derfor skal vi se på, hvordan elasticiteten udregnes når udbudsfunktionen er af typen:

$$S(m) = a \cdot m^2 + b \cdot m + c$$

Udbudselasticiteten blev ovenfor defineret som:

$$E_s = \frac{\frac{\Delta m}{m}}{\frac{\Delta S(m)}{S(m)}}$$

Igen ser vi på at mængden ændrer sig med 1, eller i matematisk sprog  $\Delta m = 1$ .

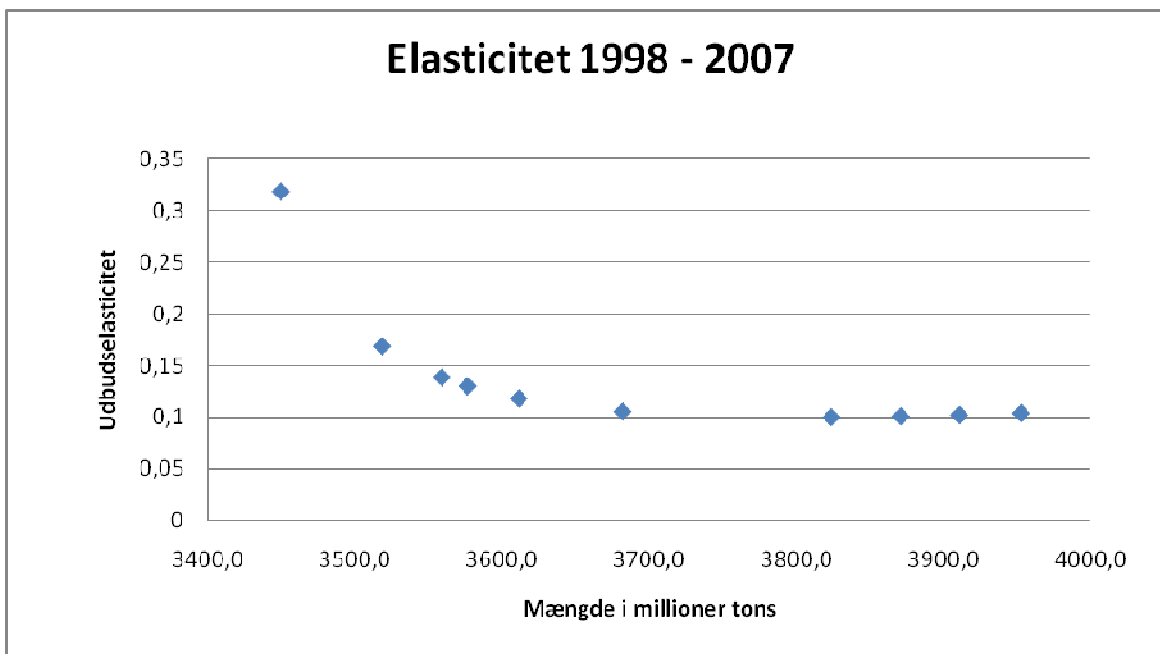
For at belyse  $\Delta S(m)$  skal vi se på  $S(m)$ 's differentialkvotient i punktet  $(m_0, S(m_0))$ , eftersom det netop er tangenthældningen til udbudskurven i punktet, hvor vi ønsker at kende elasticiteten.

$$S'(m) = 2 \cdot a \cdot m + b$$

$$E_s = \frac{\frac{\Delta m}{m}}{\frac{\Delta S(m)}{S(m)}} \approx \frac{\frac{1}{m}}{\frac{S'(m)}{S(m)}} = \frac{m \cdot \frac{1}{m}}{m \cdot \frac{S'(m)}{S(m)}} = \frac{1}{\frac{m \cdot S'(m)}{S(m)}} = \left[ \text{Her bruges at } \frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a} \right] = \frac{S(m)}{m \cdot S'(m)} \Leftrightarrow$$

$$E_s = \frac{a \cdot m^2 + b \cdot m + c}{m \cdot (2 \cdot a \cdot m + b)}$$

Denne formel er indtastet i Excel-mappen *Olie mængde-pris* i arket *Elasticitet.*, hvor elasticiteten er beregnet i de skæringspunkter, der fremkommer ifølge den matematiske model. Disse elasticitetsværdier er plottet i en graf:



Figur 19. Udbudselasticiteten som funktion af den efterspurgte mængde. Data fra Excel-mappen *Olie mængde-pris*, arket *Elasticitet.* Det ses at udbuddet af olie er ekstremt uelastisk.

På Figur 19 ses, at udbudselasticiteten er ca. 0,1 når forbruger er over 3.700 mil. tons. Det vil sige, at den relative ændring i mængden er 10 % af den relative ændring i prisen. Eksempelvis vil en fordobling af prisen (=100 % forhøjelse af prisen) give et udbud der er 10 % større.

Omvendt vil en fordobling af udbuddet kræve en prisstigning, der er 1000 %! Denne sammenhæng vil blive uddybet i det følgende.

### Fremtidsscenarier for olieprisen

Modellen  $S(m) = 0,0001536 \cdot m^2 - 1,0390 \cdot m + 1779$  stammede fra data fra perioden 1998 – 2007. Spørgsmålet er om modellen kan anvendes til at bygge prognoser for fremtiden. Der kunne jo være forhold, der var gældende i 1998 – 2007, men som ikke er gældende efter 2007.

For at belyse dette er det relevant at vurderer hvorfor olieprisen var så uelastisk i perioden. Et helt afgørende forhold er, at kapaciteten til at producerer olie kun meget vanskeligt kan forøges. Eksempelvis er der formodentlig olie omkring Nordpolen, men det vil tage lang tid før denne olie kommer ud til forbrugerne, og det vil være overordentligt dyrt at få produktionen op og køre.

Samtidig med at der findes og udnyttes nye oliefelter, tørrer de gamle ud, eller i det mindste bliver det vedvarende dyrere at udvinde den tilbageværende olie. Derfor er oliekapaciteten så at sige en



kamp mellem gamle oliefelter der tørrer ud på den ene side og nye felter, der bliver klar til produktion på den anden side.

Ud over produktionen af råolie er der også andre forhold, hvor kapaciteten er begrænset, herunder ikke mindst raffinaderikapaciteten.

Endvidere spiller substitutionsmulighederne en stor rolle. Hvor hurtigt udvikles alternative energikilder, teknologi til opbevaring af energi, energibesparelser, blot for at nævne nogle forhold.

Herudover spiller forbrugernes vaner en stor rolle, bliver det populært med små biler og hestevognsferie i Jylland i stedet for fly til Caribien.

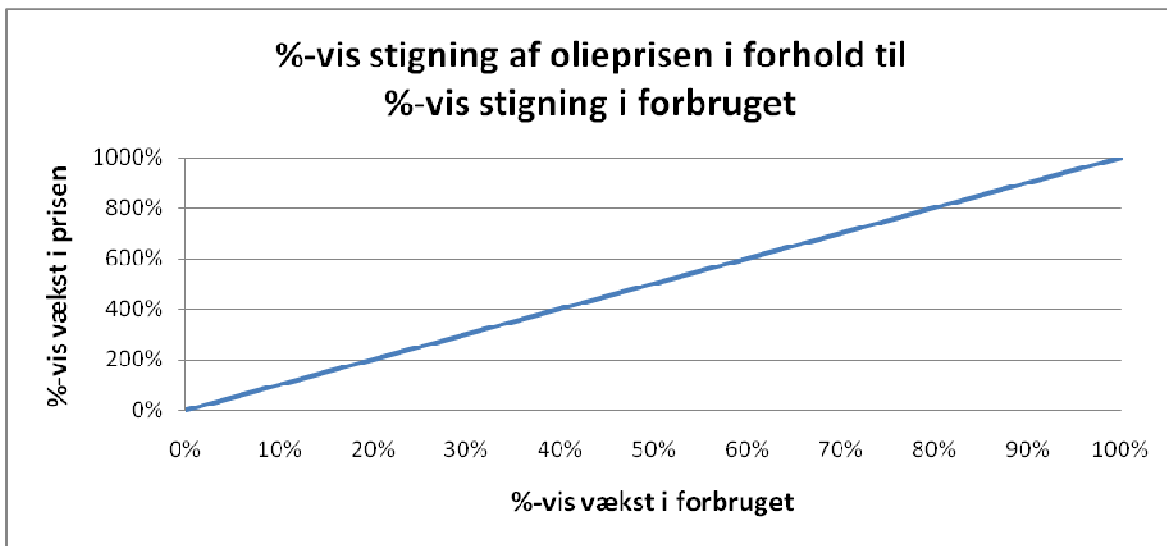
Endelig er udviklingen af det globale økonomi afgørende for hvad olieprisen bliver fremover.

Sammenfattende kan det siges, at nye oliefelter, alternative energikilder, energibesparelse vil få olieprisen til at falde, mens udtørring af eksisterende oliefelter, global vækst i energibehovet vil få olieprisen til at stige.

Med fare for, at nævnte forhold ændrer fremtidssceneriet for olieprisen, vil vi alligevel komme med et bud på fremtidige oliepriser. I denne prognose vil vi tage udgangspunkt i udbudselasticiteten. Som det fremgår af figur x5, har elasticiteten ligget omkring 0,1 de sidste 5 år. Ud fra dette kan vi bygge en meget simpel model.

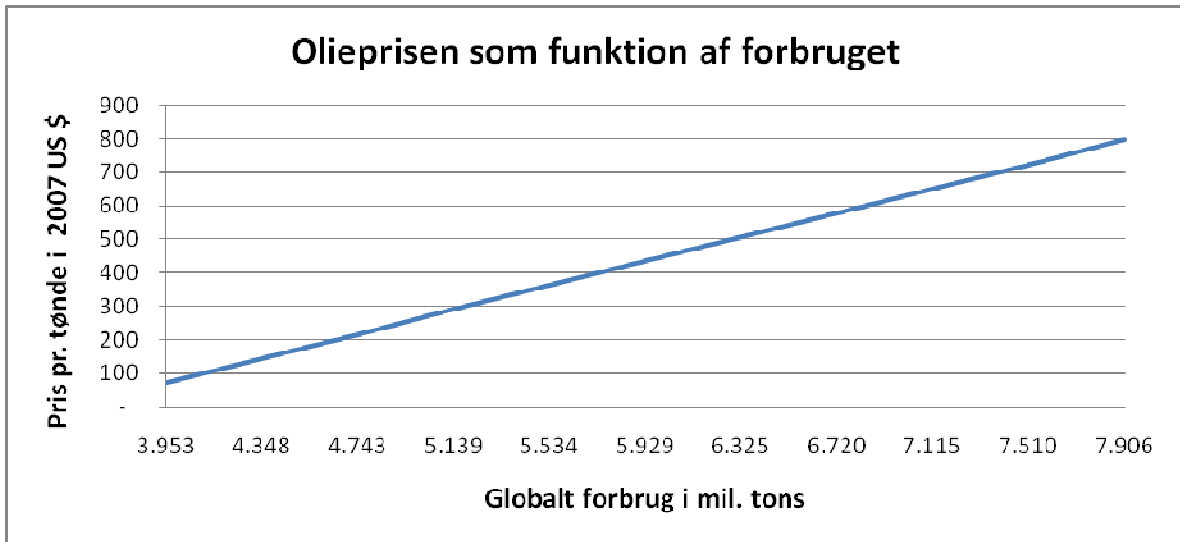
$$E_s = 0,1 \Rightarrow \frac{\frac{\Delta m}{m}}{\frac{\Delta p}{p}} = 0,1 \Leftrightarrow \left(\frac{\Delta m}{m}\right) = 0,1 \cdot \left(\frac{\Delta p}{p}\right) \Leftrightarrow 10 \cdot \left(\frac{\Delta m}{m}\right) = \left(\frac{\Delta p}{p}\right)$$

Her er opstillet en lineær funktion hvor *den relative ændring af prisen*  $\frac{\Delta p}{p}$  beregnes som funktion af *den relative ændring af mængden*  $\frac{\Delta m}{m}$ . Denne plottes i Excel hvor  $\frac{\Delta m}{m}$  løber fra 0 % til 100 %.



Figur 20. Den procentvise ændring af prisen som funktion af den procentvise ændring af mængden. Udgangspunktet er at udbudselasticiteten er 0,1 jævnfør figur x5. Se Excel-mappen Olie mængde-pris, arket Estimat af prisudviklingen.

Da vi kender mængde og pris i 2007 (3952,8 mil. tons; 72,39 US \$ pr. tønde) kan vi ud fra figur x6 beregne olieprisen som funktion af den forbrugte mængde.

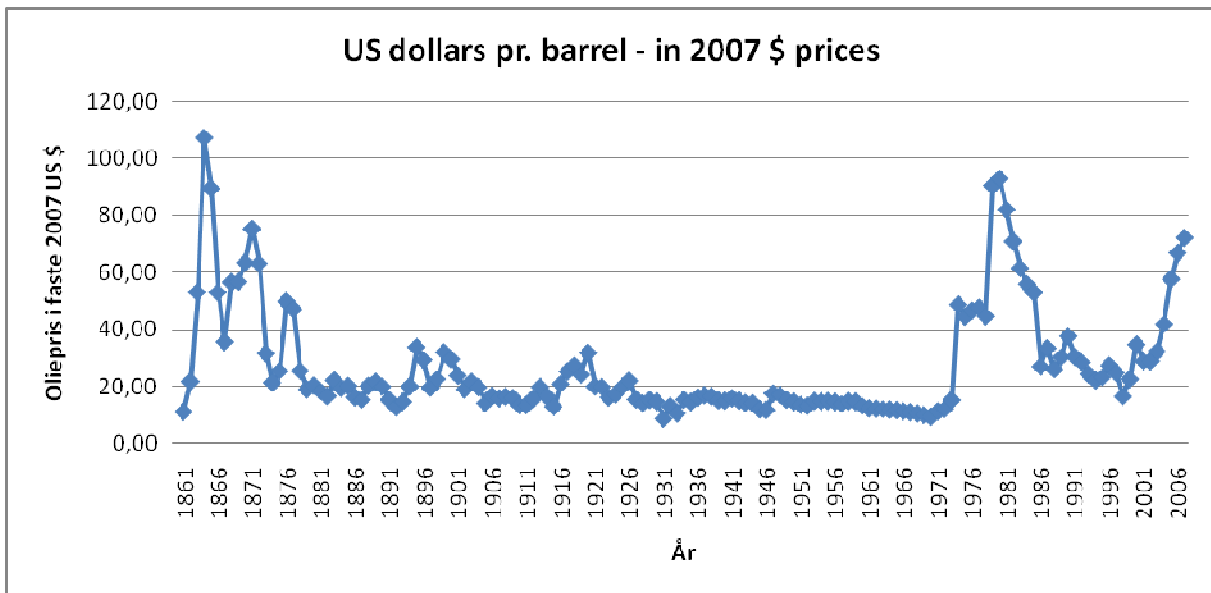


Figur 21. Olieprisen som funktion af det globale forbrug. Se Excel-mappen Olie mængde-pris, arket Estimat af prisudviklingen.

Figur 20 og Figur 21 illustrere med al tydelighed, at ud over de meget væsentlige hensyn vi skal tage til klima og miljø, så er det også af hensyn til økonomien tvingende nødvendigt at aflaste vores store afhængighed af olie.

### Historisk kuriosum

Olieprisen har været høj de senere år, men faktisk har prisen tidligere været endnu højere.



Figur 22. Historisk udvikling i olieprisen. Kilde: BP <http://www.bp.com/multipleimagesection.do?categoryId=9023755&contentId=7044552>. Se Excel-mappen Olie mængde-pris, arket Olieprisen 1861 – 2007.

## Appendix – matematisk udledning af efterspørgselselasticitet

### Den økonomiske teori

Jo højere pris en producent sætter på sin vare, jo mindre kan hun forvente at sælge. Dog er det ikke sådan, at hvis en udbyder har en lidt højere pris end konkurrenterne, at der så slet ikke sælges nogle varer.

I praksis sker der det, at hvis sælgeren hæver prisen lidt, vil salget gå en smule ned, og jo mere prisen hæves, jo mere vil salget falde.

Herved kommer vi frem til, at den enkelte virksomhed har en aftagende afsætningskurve, hvor den afsatte mængde er en funktion af prisen:

Denne funktion kaldes  $m(p)$ , hvor

$m$  står for mængden (antallet af afsatte produkter) og  
 $p$  står for prisen.

Vi skal nu se på en virksomhedens samlede omsætning, der er antallet af afsatte produkter  $m$  gange med prisen  $p$ .

Denne funktion kaldes  $R$  (*Revenue* er det engelske ord for omsætning)

$$R(p) = p \cdot m$$

Bemærk at omsætningsfunktionen er en funktion af prisen, derfor  $R(p)$ , fordi prisen er det som virksomhederne kan beslutte at ændre. En sådan beslutning vil have en indvirkning på den afsatte mængde. Men det ville ikke give mening, at en virksomhed kunne beslutte at ændre mængden, og denne beslutning efterfølgende ville påvirke prisen. Derfor er omsætningsfunktionen en funktion af prisen.

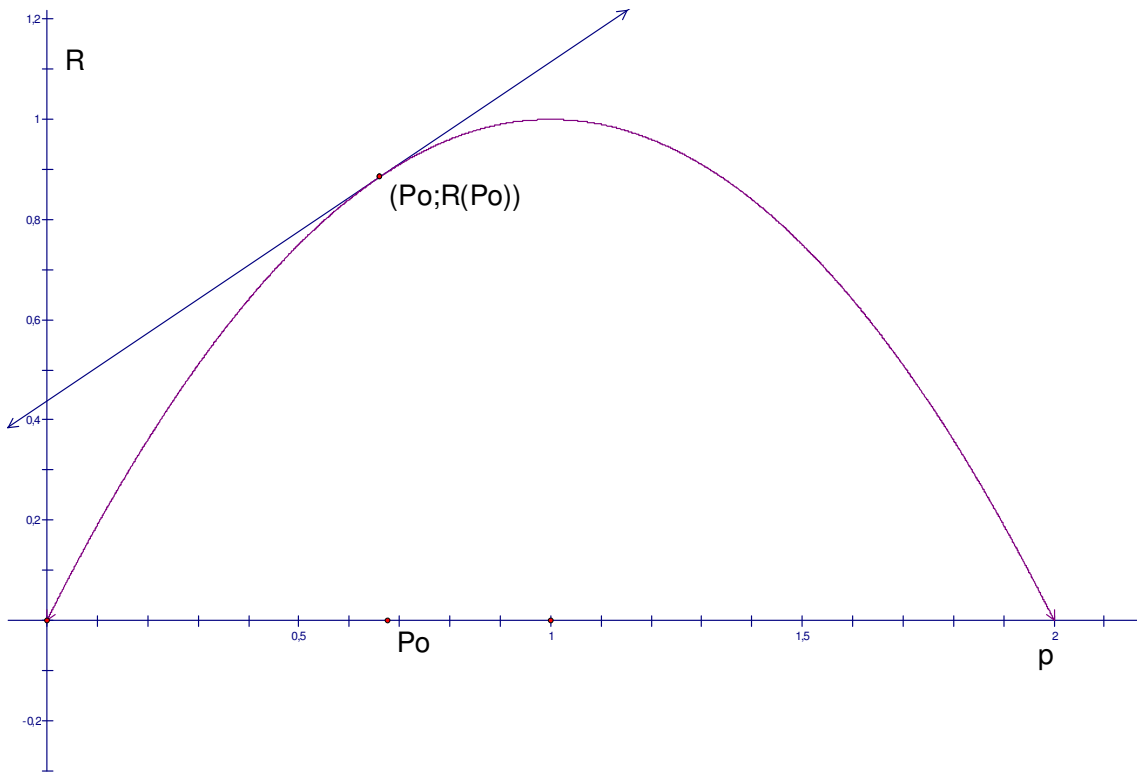
### Elasticitet og differentialregning

Spørgsmålet er, hvor meget omsætningen ændres, når prisen ændres?

For at belyse dette skal vi se på Omsætningsfunktionen  $R(p)$ .

Hvis en virksomhed har en given pris  $p_0$  og vil ændre denne en lille smule, vil omsætningen gå op – eller ned. Rent grafisk vil det kunne ses på om grafen går op eller ned.

Med andre ord, er det hældningen på Omsætningsfunktionen omkring  $p_0$ , der fortæller om omsætningen stiger eller falder. Hvis hældningen er positiv vil omsætningen stige, og omvendt hvis hældningen er negativ. Hældningen af tangenten til punktet  $(p_0; R(p_0))$  udtrykker helt præcist, hvordan omsætningen udvikler sig, hvis prisen ændres en lille smule op eller ned.



**Figur 23.** Prisen afbildes på x-aksen og Omsætningsfunktion  $R$  på y-aksen. Hvis prisen er 0, vil omsætningen også være 0, herefter vil omsætningen stige i takt med at prisen stiger, indtil et vist punkt, hvor nedgangen i den afsatte mængde bliver så stor, at den samlede omsætning falder, selvom prisen stiger. På figuren ses, hvordan hældningen af tangenten til punktet  $(p_0; R(p_0))$  er et udtryk for ændringen af omsætningen omkring  $p_0$ .

Derfor er differentialkvotienten for  $R$  i  $p_0$  et udtryk for, hvordan omsætningen ændres. Vi kan da differentiere  $R$  for at finde et matematisk udtryk for ændringen af omsætningen. I den økonomiske litteratur kaldes dette for MR (*Marginal Revenue*).

$$R(p) = p \cdot m$$

$$\text{Produktreglen for differentialkvotient: } (f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$\text{Anden skrivemåde for differentialkvotient: } \frac{dR}{dp} = R'(p)$$

$$MR = R'(p) = \frac{dR}{dp} = \frac{d(p \cdot m)}{dp} = \frac{dp}{dp} \cdot m + p \cdot \frac{dm}{dp} = 1 \cdot m + p \cdot \frac{dm}{dp} = m + p \cdot \frac{dm}{dp}$$

$$= m \left( 1 + \frac{p \cdot dm}{m \cdot dp} \right); m \text{ sættes uden for parentes ved at dividere begge ledene med } m$$

$$= m \cdot \left( 1 + \frac{\left( \frac{1}{m} \right) \cdot (p \cdot dm)}{\left( \frac{1}{m} \right) \cdot (m \cdot dp)} \right) = m \cdot \left( 1 + \frac{p \cdot \frac{dm}{m}}{dp} \right) = m \cdot \left( 1 + \frac{\left( \frac{1}{p} \right) \cdot p \cdot \left( \frac{dm}{m} \right)}{\left( \frac{1}{p} \right) \cdot (dp)} \right) = m \cdot \left( 1 + \frac{\frac{dm}{m}}{\frac{dp}{p}} \right)$$

Vi indfører nu begrebet elasticitet  $e = -\frac{\frac{dm}{m}}{\frac{dp}{p}}$ , herved fås, at  $R'(p) = m \cdot (1 - e)$

### Fortolkning af e

$\frac{dm}{m}$  er det samme som den relative (procentvise) ændring af den afsatte mængde

$\frac{dp}{p}$  er det samme som den relative (procentvise) ændring af prisen

$$e = -\frac{\frac{dm}{m}}{\frac{dp}{p}} = -\frac{\text{den relative ændring af mængden}}{\text{den relative ændring af prisen}}$$

Hvis prisen stiger vil mængden falde. Herved vil den relative ændring af prisen være positiv, mens den relative ændring af mængden er negativ. Fortegnet for e bliver da:

$$e = -\frac{\text{negativ ændring af mængden}}{\text{positiv ændring af prisen}} \approx -\frac{-}{+} = \frac{+}{+} > 0$$

Hvis prisen sænkes, vil mængden stige. Herved vil den relative ændring af prisen være negativ, mens den relative ændring af mængden er positiv. I dette tilfælde bliver fortegnet for e:

$$e = -\frac{\text{positiv ændring af mængden}}{\text{negativ ændring af prisen}} \approx -\frac{+}{-} = \frac{-}{-} > 0$$

I begge disse tilfælde er e positiv. Kun hvis prisen øges, samtidig med at mængden øges, eller omvendt prisen sænkes samtidig med at mængden falder, er elasticiteten negativ.

### Elastisk og uelastisk efterspørgsel

Ligningen  $R'(p) = q \cdot (1 - e)$  er et udtryk for ændringen af omsætningen når prisen ændres.

Hvis  $R' > 0$  vil omsætningen stige, og

hvis  $R' < 0$  vil omsætningen falde.

For at belyse, hvornår omsætningen stiger eller falder løses ligningen:

$$R'(p) = q \cdot (1 - e) = 0 \Leftrightarrow q \cdot (1 - e) = 0 \Leftrightarrow 1 - e = 0 \text{ (da } q > 0) \Leftrightarrow e = 1$$

Heraf følger, at hvis  $e > 1 \Rightarrow (1 - e) < 0 \Rightarrow R'(p) = q \cdot (1 - e) < 0$ , da vil omsætningen falde, når prisen øges.

Endvidere, at hvis  $e < 1 \Rightarrow (1 - e) > 0 \Rightarrow R'(p) = q \cdot (1 - e) > 0$ , da vil omsætningen stige, når prisen øges.

Når  $e > 1$  kaldes efterspørgslen *elastisk*.

Når  $0 < e < 1$  kaldes efterspørgslen *uelastisk*.

	$e > 1$	$0 < e < 1$
	Elastisk efterspørgsel	Uelastisk efterspørgsel
Prisen stiger	Omsætningen falder	Omsætningen stiger
Prisen falder	Omsætningen stiger	Omsætningen falder

## Litteraturliste

Adrian, Henrik m.fl.: Oikos, Columbus, 2005

Clemmesen, Kåre & Per Henriksen: Økonomi, Columbus, 2007

Nielsen, John Palm: Økonomi, Gyldendal, 2007

Internetlink

fra *energi- og olieorganisationerne*

<http://www.ofr.dk/Publikationer/Olieeventyret%20i%20Nords%3%B8en/Oliepriser%20og%20dans%20%3%B8konomi/Fasts%3%A6ttelse%20af%20olieprisen.aspx>, besøgt den 11. juni 2009.

fra BP

<http://www.bp.com/multipleimagesection.do?categoryId=9023755&contentId=7044552>, besøgt den 6. juni 2009.

## Figurfortegnelse

Figur 1. Forskydning af efterspørgselskurven. Se Excel ark "Forskydning efterspørgselskurve"	2
Figur 2. Forskydning af udbudskurven. Se Excel ark "Forskydning udbudskurve"	4
Figur 3. Grafisk afbildning af to ligevægtssituationer	6
Figur 4. Elastiske og uelastiske udbudskurver. Se Excel ark "Elastisk-uelastisk udbudskurve"	9
Figur 5. Elastiske og uelastiske efterspørgselskurver. Se Excel ark "Elastisk-uelastisk efterspørgselskurve"	10
Figur 6. Elasticitet for forskellige efterspørgselskurver. Se Excel ark "Elastisk-uelastisk efterspørgselskurve"	11
Figur 7. Prisdannelse på ejerlejligheder i Århus. Se Excel-ark "Ejerlejligheder Århus faste akser"	16
Figur 8. Udbudselasticitet for ejerlejligheder i Århus. Se Excel-ark "Ejerlejligheder Århus faste akser"	17
Figur 9. Prisdannelse for vand på flasker. Se Excel-ark "Vand på flasker faste akser"	18
Figur 10. Udbudselasticitet for vand på flasker. Se Excel-ark "Vand på flasker faste akser"	18
Figur 11. Prisdannelse for kartofler. Se Excel-ark "Kartofler"	19
Figur 12. Efterspørgselselasticitet for kartofler. Se Excel-ark "Kartofler"	20
Figur 13. Prisdannelse for udlandsrejser. Se Excel-ark "Udlandsrejser"	21
Figur 14. Efterspørgselselasticitet for udlandsrejser. Se Excel-ark "Udlandsrejser"	22
Figur 15. Plot af data fra tabel 1. I perioden steg mængden kontinuerligt, derfor repræsenterer det første punkt i første-aksens retning 1998, næste punkt 1999 o.s.v. Se Excel-mappen Olie mængde-pris, arket Grafik.	24
Figur 16. Lineær regression ud fra data. Se Excel-mappen Olie mængde-pris, arket Grafik.	25
Figur 17. Polynomisk regression, hvor regneforskriften er et 2. gradspolynomium. Bemærk koefficienterne er sat til "videnskabeligt" med 3 decimaler. Se Excel-mappen Olie mængde-pris, arket Grafik.	25
Figur 18. Her ses hvordan efterspørgselskurverne de enkelte år kunne se ud. Skæringspunkterne er utvivlsomt rigtige, hvis vi godtager BP's data, men efterspørgselskurvernes form, herunder hældning, er blot er (kvalificeret) gæt. Nedenfor gennemgås den valgte metode til at estimere efterspørgselskurverne. Se Excel-mappen <i>Olie mængde-pris</i> , arket <i>Plot af s og d funktionerne</i> .	26
Figur 19. Udbudselasticiteten som funktion af den efterspurgte mængde. Data fra Excel-mappen Olie mængde-pris, arket Elasticitet. Det ses at udbuddet af olie er ekstremt uelastisk.	28
Figur 20. Den procentvise ændring af prisen som funktion af den procentvise ændring af mængden. Udgangspunktet er at udbudselasticiteten er 0,1 jævnfør figur x5. Se Excel-mappen Olie mængde-pris, arket Estimat af prisudviklingen.	29
Figur 21. Olieprisen som funktion af det globale forbrug. Se Excel-mappen Olie mængde-pris, arket Estimat af prisudviklingen.	30
Figur 22. Historisk udvikling i olieprisen. Kilde: BP <a href="http://www.bp.com/multipleimagesection.do?categoryId=9023755&amp;contentId=7044552">http://www.bp.com/multipleimagesection.do?categoryId=9023755&amp;contentId=7044552</a> . Se Excel-mappen Olie mængde-pris, arket Olieprisen 1861 – 2007.	30